第１回 ６月九大本番レベル模試　（2018 年 6 月 24 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（200 点満点）

第１問（50 点満点）

（1）（配点 14 点）

- 点Ｐの x 座標を t とおくと，$f(t)=g(t)$, $f'(t)=g'(t)$ であることを述べて 4 点(各 2 点)
- $f'(x)$, $g'(x)$ をそれぞれ求めて 4 点(各 2 点)
- 答えに 6 点(各 3 点)

（2）（配点 20 点）

- 直線 n の方程式を求めて 5 点
- C_1 と n の交点の x 座標を求め，S_1 を求める式を立式できて 10 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 16 点）

- C_2 と n の交点の x 座標を，a を用いた形で求めて 4 点
- S_2 を求めて 8 点
- 答えに 4 点

第２問（50 点満点）

（1）（配点 16 点）

- 答えに 16 点(各 8 点)

（2）（配点 34 点）

- p を 3 で割った余りで場合分けする方針を示して 8 点
- p を 3 で割った余りが 1 または 2 のときの $f(p)$ の値をそれぞれ求めて 16 点(各 8 点)
- 答えに 10 点(各 5 点)

第３問（50 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求める途中の計算と答えに 6 点
- 三角形OABの面積を求める途中の計算と答えに 6 点

（2）（配点 20 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OD}}, \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ をそれぞれ$\vec{a}, \vec{b}$で表して 6 点(各 3 点)
- $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = s\overrightarrow{\mathrm{OD}}$（$s$は $s>1$ を満たす実数）となることを述べて 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{EC}} = 0$ を$s, \vec{a}, \vec{b}$を用いた式で表して 5 点
- 途中の計算と答えに 5 点

（3）（配点 18 点）

- $\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{OB'}}$とおくと，直線$l$ は直線$\mathrm{AB'}$であることを述べて 5 点
- 求める面積を図示して 3 点
- 途中の計算と答えに 10 点

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点 25 点）

- 3 点，2 点，1 点を得る確率をそれぞれ求めて 12 点(各 4 点)
- 総得点が 5 点になる組合せを述べて 5 点
- 途中の計算と答えに 8 点

（2）（配点 25 点）

- 総得点がk点である確率をp_kとおいたとき，求める確率が$1-\left(p_k + p_{k+1} + p_{k+2}\right)$であることを述べて 5 点
- p_n, p_{n+1}をそれぞれ求めて 10 点
- 総得点が$(n+2)$点になるときの場合分けをし，p_{n+2}を求めて 7 点
- 答えに 3 点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $f(x)=\dfrac{1}{x}-\log\dfrac{x+1}{x}$ とおいたとき，$f(x)$ の増減を考える方針をたてて 4 点
- $f'(x)<0$ を示して 8 点
- $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=0$ になることを述べ，結論を述べて(証明できて)8 点

（2）（配点 20 点）

- S を求める式を立式できて 8 点
- 途中の計算と答えに 12 点

（3）（配点 10 点）

- $(t+1)\log\left(1+\dfrac{1}{t}\right)=\log\left(1+\dfrac{1}{t}\right)^t+\log\left(1+\dfrac{1}{t}\right)$ となることを導いて 4 点
- 途中の計算と答えに 6 点

第 2 問（50 点満点）

（1）（配点 5 点）

- 途中の計算と答えに 5 点

（2）（配点 30 点）

- $\vec{a}\cdot\vec{c}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求めて 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OC}}, \overrightarrow{\mathrm{OD}}, \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ で表して 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を求める途中の計算と答えに 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とおき，$\overrightarrow{\mathrm{RH}}$ を $s, t, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表して 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{RH}}\cdot\vec{a}=0, \overrightarrow{\mathrm{RH}}\cdot\vec{b}=0$ より，s, t の連立方程式を導いて 8 点
- 途中の計算と答えに 6 点

（3）（配点 15 点）

- $\triangle\mathrm{ODE}$ の面積を求めて 5 点
- RH を求めて 7 点
- 答えに 3 点

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- $A=(x^2-xy+y^2)-(x+y)$ とおいたとき，$A=(x-y)^2+(x-1)(y-1)-1$ と式変形できて 6 点
- 証明できて 9 点

（2）（配点 35 点）

- $x=y$ と $x\neq y$ で場合分けをし，$x=y$ のときは等式を満たす x, y, p の組はないことを示して 8 点
- x^3+y^3 を因数分解を利用して，$x+y=p, x^2-xy+y^2=p+2$ の 2 式を導いて 7 点
- さらに，(1)を利用して，$(x-y)^3\leqq 3, x-y=\pm 1$ の 2 式を導いて 10 点
- (x, y, p) の組合せを吟味して求め，答えに 10 点

第 4 問（50 点満点）

- $p_n+q_n+r_n=1$ を述べて 4 点
- 「両端がともに白玉」，「両端が白玉と赤玉」，「両端がともに赤玉」の 3 つの事象について，それぞれ推移の確率を求めて 18 点(各 2 点)
- p_n, q_n の漸化式を立てて 8 点
- 答えを求める計算過程に 8 点
- p_n, q_n, r_n の答えに 12 点(各 4 点)

第 5 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $f(z)=z^4-2\left(\cos\dfrac{2\pi}{2n+1}\right)z^3+2\left(\cos\dfrac{2\pi}{2n+1}\right)z-1$ とおいたとき，

  $f(z)=(z^2-1)\left\{(z^2+1)-2\left(\cos\dfrac{2\pi}{2n+1}\right)z\right\}$ を導いて 7 点
- z を求めて 8 点(各 2 点)
- α を求めて 5 点

（2）（配点 10 点）

- $\alpha^{2n+1}=1$ を示して 4 点
- 途中の計算と答えに 6 点

（3）（配点 20 点）

- β, γ を求めて 4 点
- $\mathrm{AP}_1\cdot\mathrm{AP}_2\cdot\cdots\cdots\cdot\mathrm{AP}_{2n}$, $\mathrm{BP}_1\cdot\mathrm{BP}_2\cdot\cdots\cdots\cdot\mathrm{BP}_{2n}$ をそれぞれ α で表して 4 点
- $z^{2n+1}=1$ の解が $1, \alpha, \alpha^2, \cdots\cdots, \alpha^{2n}$ となることから，$z^{2n+1}-1$ を因数分解し，$(1+\alpha)(1+\alpha^2)\cdot\cdots\cdots\cdot(1+\alpha^{2n})=1$ を導いて 6 点
- $z^{2n+1}-1=(z-1)(z^{2n}+z^{2n-1}+\cdots\cdots+z+1)$ と因数分解し，$(\alpha-1)(\alpha^2-1)\cdot\cdots\cdots\cdot(\alpha^{2n}-1)=2n+1$ を導いて 4 点
- 答えに 2 点