第 2 回 11 月九大本番レベル模試　（2019 年 11 月 4 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（200 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）（配点 11 点）

- $f(x)$ を微分し，増減表を示して 7 点
- 答えに 4 点(各 2 点)

（2）（配点 30 点）

- $1 \leqq \dfrac{a}{\sqrt{3}}$ のとき，不適なことを述べて 6 点
- の値で場合分けし，$\dfrac{a}{\sqrt{3}} < 1 < a$，$0 < a \leqq 1$ それぞれ条件式を求めて 16 点(各 8 点)
- 答えに 2 点
- 正しく図示して 6 点

（3）（配点 9 点）

- 面積を求める積分式を立式できて 5 点
- 途中の計算と答えに 4 点

第 2 問（50 点満点）

- p_n を n の式$\left(\dfrac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6} \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-4}\right)$で表して 20 点
- $p_{n+1} - p_n$ を $(9-n)$ を因数にもつように整理できて 13 点
- 考え方と答えに 17 点

第3問（50点満点）

（1）（配点11点）

- 条件より，$a=0$ または $b=0$ または $c=0$ となることを述べて2点
- $a=0$，$b=0$，$c=0$ それぞれについてどのような三角形になるかを述べて6点
- 答えに3点

（2）（配点19点）

- 条件式の左辺を因数分解し，$a=b$ または $b=c$ または $c=a$ となることを述べて4点
- $a=b$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{CA}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}\right)=0$ となることを導いて3点
- $a=b$ のとき，C と辺 AB の中点を結んだ直線は辺 AB の垂直二等分線となることを示し，CA＝CB となることを述べて6点
- ほかの場合についても述べ，答えに6点

（3）（配点20点）

- 条件式を因数分解し，$a+b+c=0$ または $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$ となることを述べ4点
- $a+b+c=0$ は成り立たないことを正しく示して7点
- $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$ のとき，$\frac{1}{3}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$ と式変形を行い，$a=b$ かつ $b=c$ かつ $c=a$ となることを述べて5点
- 考え方と答えに4点

第4問（50点満点）

（1）（配点12点）

- 1024，1023それぞれを2進法で表して8点(各4点)
- 答えに4点(各1点)

（2）（配点13点）

- $f(n)=2$ より，$2\leqq d(n)\leqq 10$ となることを述べて2点
- $d(n)=k+1\ (k=1, 2, \cdots\cdots, 9)$ としたとき，$f(n)=2$ となる n の個数が k となることを示して5点
- 考え方と答えに6点

（3）（配点25点）

- $f(n)=9$ より，$d(n)=9, 10$ となることを述べて2点
- $d(n)=9$ のとき，自然数 n の総和を求める式が立式できて6点
- $d(n)=10$ のとき，n は9個となることを述べて4点
- $d(n)=10$ のとき，自然数 n の総和を求める式が立式できて9点
- 答えに4点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）（配点 14 点）

- $f(x)$ を微分して 8 点
- 増減表を示し，答えに 6 点

（2）（配点 15 点）

- $C : y = \pm f(x)$ と導いて 3 点
- C の概形を示して 3 点
- 面積を求める積分式を立式し，適切な置換積分を行って 5 点
- 途中の計算と答えに 4 点

（3）（配点 21 点）

- D_2 の概形を示して 4 点
- V_1 を求めて 7 点
- V_2 を求める積分式が立式できて 3 点
- V_2 を求めて 5 点
- 答えに 2 点

第 2 問（50 点満点）

（1）（配点 11 点）

- 条件より，$a=0$ または $b=0$ または $c=0$ となることを述べて 2 点
- $a=0$，$b=0$，$c=0$ それぞれについてどのような三角形になるかを述べて 6 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 19 点）

- 条件式の左辺を因数分解し，$a=b$ または $b=c$ または $c=a$ となることを述べて 4 点
- $a=b$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \left(\overrightarrow{\mathrm{CA}} + \overrightarrow{\mathrm{CB}}\right) = 0$ となることを導いて 3 点
- $a=b$ のとき，C と辺 AB の中点を結んだ直線は辺 AB の垂直二等分線となることを示し，CA＝CB となることを述べて 6 点
- ほかの場合についても述べ，答えに 6 点

（3）（配点 20 点）

- 条件式を因数分解し，$a+b+c=0$ または $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$ となることを述べ 4 点
- $a+b+c=0$ は成り立たないことを正しく示して 7 点
- $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$ のとき，$\dfrac{1}{3}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$ と式変形を行い，$a=b$ かつ $b=c$ かつ $c=a$ となることを述べて 5 点
- 考え方と答えに 4 点

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- 出た目(1 であるとき，3 か 5 であるとき，偶数であるとき)による確率をそれぞれ求めて 3 点
- 答えに 12 点(各 4 点)

（2）（配点 8 点）

- $r_n - 2p_n = (r_1 - 2p_1)\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ と導いて 5 点
- 証明できて 3 点

（3）（配点 8 点）

- r_n を消去し，$p_n, q_n, p_{n+1}, q_{n+1}$ などの式で表して 4 点
- 途中の計算と答えに 4 点

（4）（配点 19 点）

- 操作の回数が n 回で終える事象について説明し，$s_n = \dfrac{5}{6}p_{n-1}$ を導いて 5 点
- (3)で求めた漸化式の式変形を 2 通り行って 6 点
- p_n の一般項求めて 6 点
- 答えに 2 点

第 4 問（50 点満点）

- $c = \sqrt{\int_{-1}^{1}|f(t)|dt}$ とおき，$c > 0$ となることを述べて 7 点
- c^2 を求めるために，$f(t) = |t^2 - c|$ の概形について考察して 10 点
- c の値で場合分けをし，それぞれの c^2 を積分で求めて 20 点(各 10 点)
- $0 < c < 1$ としたとき，与式を満たす c は存在しないことを示して 8 点
- c の値と答えに 5 点

第 5 問（50 点満点）

- z_2, z_3 をそれぞれ求めて 4 点（各 2 点）
- $\angle \mathrm{P_1P_3P_2} = \dfrac{\pi}{2}$ となることを示して 8 点
- 3 点 $\mathrm{P_1}, \mathrm{P_2}, \mathrm{P_3}$ を通る円 C の方程式を求めて 9 点
- 全ての自然数 n に対して $|z_n - 1| = \sqrt{2}$ が成り立つことを数学的帰納法で証明する方針をたて，

  $n = 1, 2, 3$ のときは成り立つことを述べて 11 点
- $|z_{k+1} - 1|^2 = \dfrac{(z_k - 3)(\overline{z_k} - 3)}{(z_k - 2)(\overline{z_k} - 2)}$ となることを導いて 7 点
- $|z_{k+1} - 1| = \sqrt{2}$ となることを示して 8 点
- 証明できて 3 点