1 (1) (ア) $-5+9=4$

(イ) $12\times\left(-\frac{3}{8}\right)=-\frac{9}{2}$

(ウ) $-4(3x-5)+(6-2x)=-12x+20+6-2x$

$=-14x+26$

(2) $\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

(3) $x^2+6x-27=(x-3)(x+9)$

(4) $a=\frac{3b+c}{2}$ [b]

$3b+c=2a$

$3b=2a-c$

$b=\frac{2a-c}{3}$

(5) $xy=6\times\frac{1}{2}$ より

$xy=3$ これに $x=-3$ を代入して

$-3y=3$

$y=-1$

(6) $x^2-3x+1=0$

解の公式より

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{9-4}}{2}$ $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

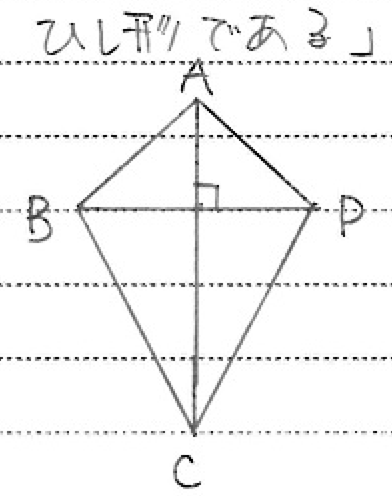
(7) ①の逆は「整数 a, b で、ab が偶数ならば a も b も偶数である」

a または b が偶数のとき ab は偶数となるので正しくない

②の逆は「$\triangle ABC$ で $\angle B=\angle C$ ならば $AB=AC$ である」 正しい

③の逆は「2つの直線 l, m に別の1つの直線が交わるとき、同位角が等しいならば、l と m は平行である。」 正しい

④の逆は「対角線 AC と BC が垂直に交わるならば、四角形 ABCD はひし形である」 正しくない



正しいものは ②, ③

(8) 円柱の高さを h (cm) とする.

体積が等しいので,

$$3^2\pi\times h = \frac{4}{3}\pi\times 3^3$$

$$9h = 36$$

$$h = 4$$

4 cm

(9) この10ページの見出し語の数の平均を求める.

仮平均を50として

$(0+9-9-5+5-1+1+3-3+0)\div 10 = 0$ より

平均は50語である

$1200\times 50 = 60000$　　およそ 60000 語

2 (1)

	男子	女子	合計
自転車を利用する生徒数	x	100	$x+100$
自転車を利用しない生徒数	70	y	$70+y$
合計			600

(ア) 自転車を利用する生徒数は　$x+100$ (人)

(イ) $\begin{cases} x+100+70+y=600 \\ 3(x+100)-4(70+y)=50 \end{cases}$

① $x+100+70+y$　② $3(x+100)-4(70+y)$

(ウ) $\begin{cases} x+y=430 & ① \\ 3x-4y=30 & ② \end{cases}$

①×3　$3x+3y=1290$ ①′

②−①′　$-7y=-1260$

$y=180$

$y=180$を①に代入して

$x+180=430$

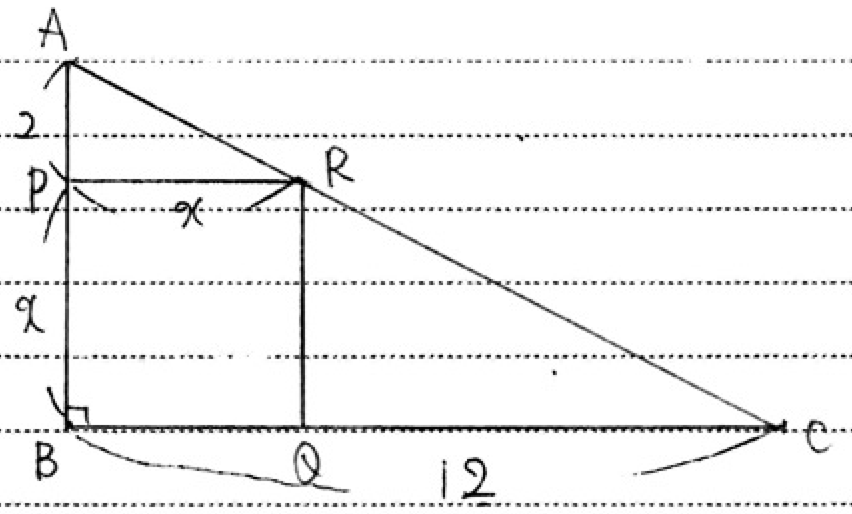
$x=250$

$(x, y)=(250, 180)$

男子の自転車を利用する生徒数250人

女子の自転車を利用しない生徒数180人

(2)



(ア) △APR∽△ABCより

AP:AB=PR:BC　③

(イ) 正方形の1辺の長さをx cmとすると

(ア)より $2:(2+x)=x:12$

$x(2+x)=24$

$x^2+2x-24=0$

$(x-4)(x+6)=0$

$x=4, -6$

$0<x<12$より　$x=4$は問題にあう

$x=-6$は問題にあわない

正方形PBQRの1辺の長さは4cm

$\boxed{3}$ (1)　A　　　　B

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{4}\boxed{8}$　　$\boxed{3}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7}$

(ア)

a － b	a － b	a － b	a － b
1 － 3	2 － 3	4 － 3	8 － 3
1 － 5	2 － 5	4 － 5	8 － 5
1 － 6	2 － 6	4 － 6	8 － 6
1 － 7	2 － 7	4 － 7	8 － 7

16通り

(イ) $a+b=7$ となるのは

1−6, 2−5, 4−3 の3通り　　$\dfrac{3}{16}$

(ウ) $a-b>0$ となるとき　$a>b$ より

4−3, 8−3, 8−5, 8−6, 8−7 の 5通り　　$\dfrac{5}{16}$

(エ) $\dfrac{ab}{6}$ ~~が整数となるとき　a×b が 6の倍数となる~~

1−6, 2−3, 2−6, 4−3, 4−6, 8−3, 8−6 の 7通り　　$\dfrac{7}{16}$

(2) (ア) $7 \to 10 \to 5 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥　　6回目の操作

(イ) 3のとき　$3 \to 6 \to 3 \to 6 \to \cdots$

6のとき　$6 \to 3 \to 6 \to 3 \to \cdots$

9のとき　$9 \to 12 \to 6 \to 3 \to \cdots$　　よって 3, 6, 9

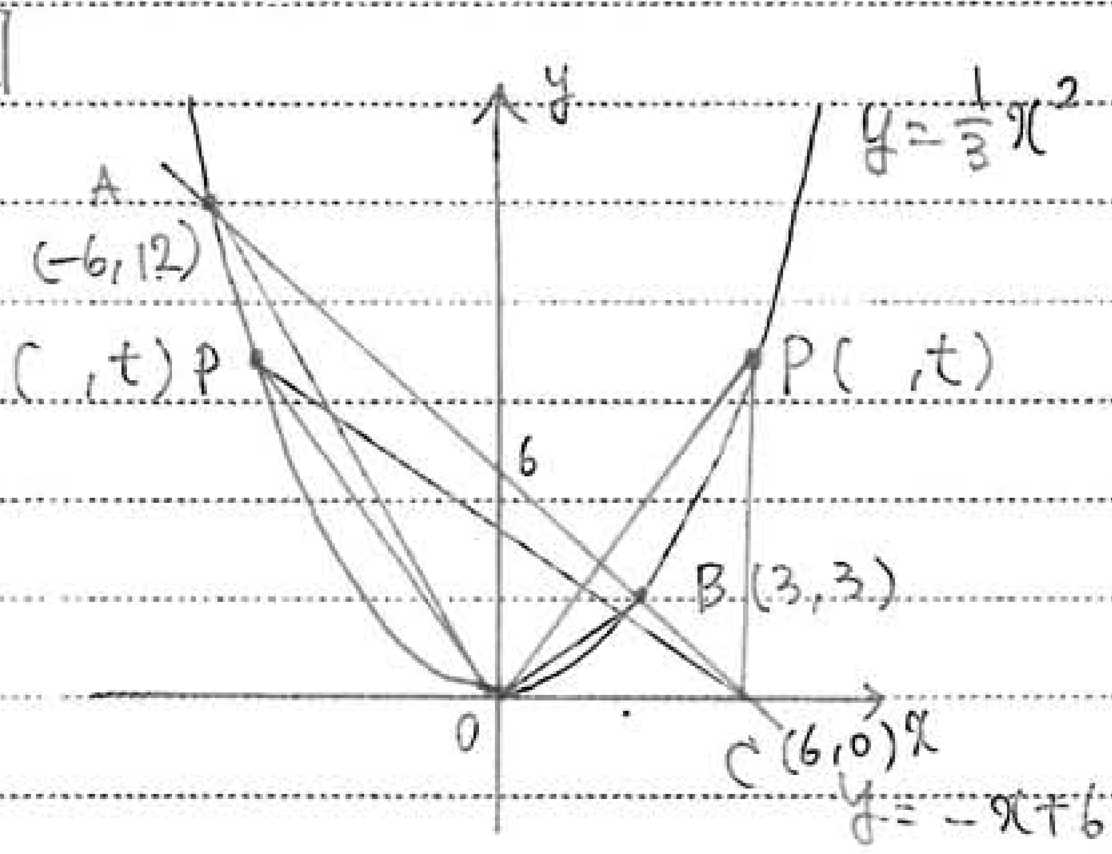
(ウ) 4のとき　$4 \to 2 \to 1 \to 4 \to 2 \to 1 \to 4 \to 2 \to 1$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧　　よって 1

(エ) 1が現れるのは 2回目, 5回目, 8回目, …

3の倍数から1をひいたときである．25回目の1は　$3 \times 25 - 1$ より 74回目の操作

4



(1) $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=3$ を代入して $y=\frac{1}{3}\times3^2$

$y=3$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ において $-6\leqq x\leqq 3$ のとき

$x=-6$ で最大値 12 をとり

$x=0$ で最小値 0 をとる

$0\leqq y\leqq 12$

(3) A(−6, 12), B(3, 3) の2点を通る傾きは

$\frac{3-12}{3+6}=-1$

$y=-x+b$ に (3, 3) を代入して

$3=-3+b$　$b=6$　　$y=-x+6$

(4) $y=-x+6$ に $y=0$ を代入して

$0=-x+6$　$x=6$　　$x=6$

(5) $\triangle OAB=6\times6\times\frac{1}{2}+6\times3\times\frac{1}{2}$

$=18+9$

$=27$　　27

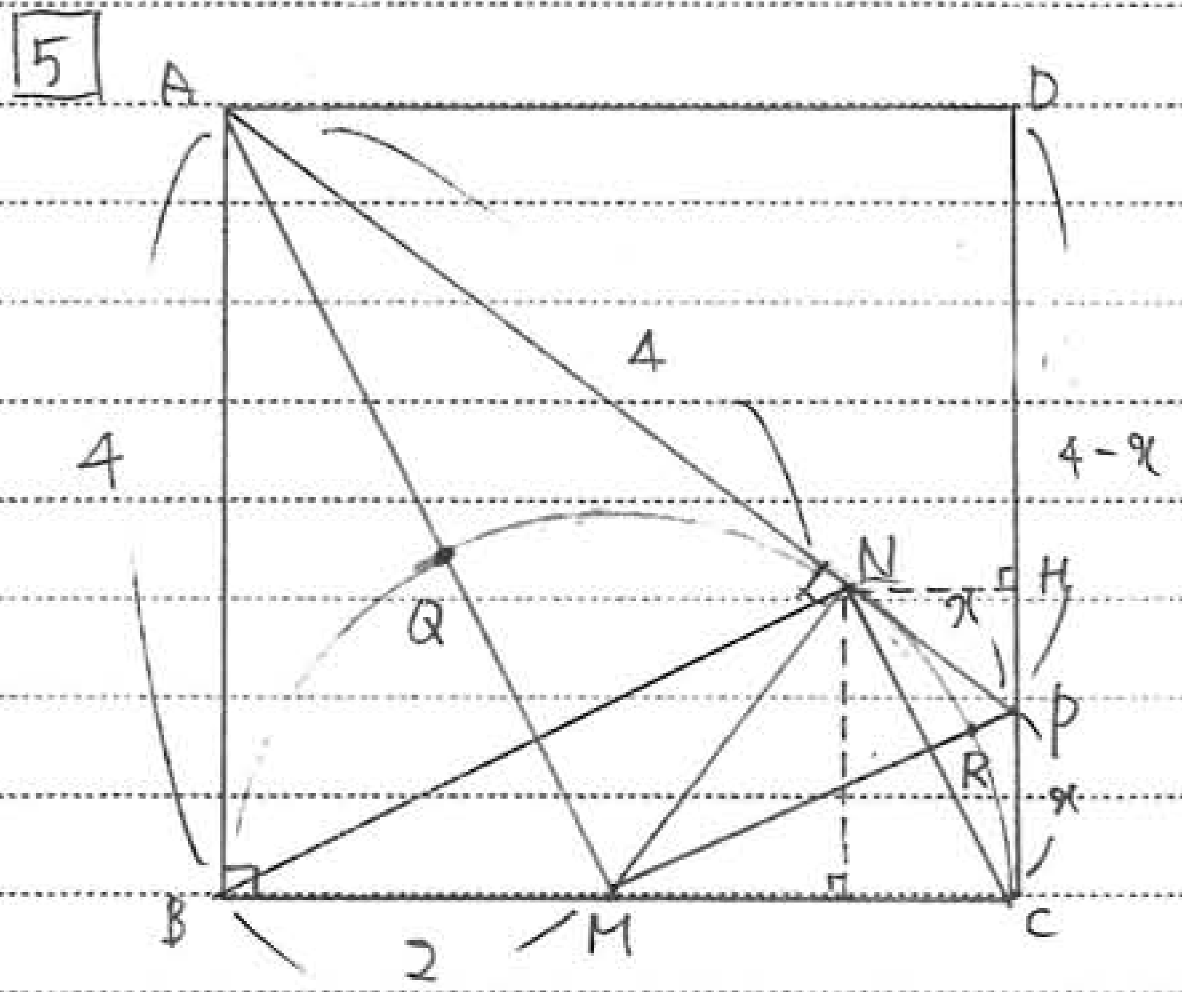
(6) Pのy座標をtとする

$\triangle POC=27$ となればよいので　$6\times t\times\frac{1}{2}=27$ より　$t=9$

$y=\frac{1}{3}x^2$ に代入して　$9=\frac{1}{3}x^2$ より $x^2=27$

$x=\pm3\sqrt{3}$　　$x=3\sqrt{3},\ -3\sqrt{3}$

5



(1) △ABMにおいて 三平方の定理より

$AM^2 = 4^2 + 2^2$

$= 20$　　$AM > 0$ より　$AM = 2\sqrt{5}$ cm

(2) 証明) △ABMと△ANMで

$\angle ABM = 90°$

APは半円の接線であるから

$\angle ANM = 90°$

よって $\angle ABM = \angle ANM = 90°$ ①

半円の半径より

$MB = MN$ ②

共通だから

$AM = AM$ ③

①〜③より 直角三角形の斜辺と他の1辺が それぞれ等しいので △ABM≡△ANM

(3) (2)と同様に △PCM≡△PNM となる

PC = PN となるので,　DP = 4 − x (cm), AP = 4 + x (cm) よって ④

(4) △APDにおいて 三平方の定理より

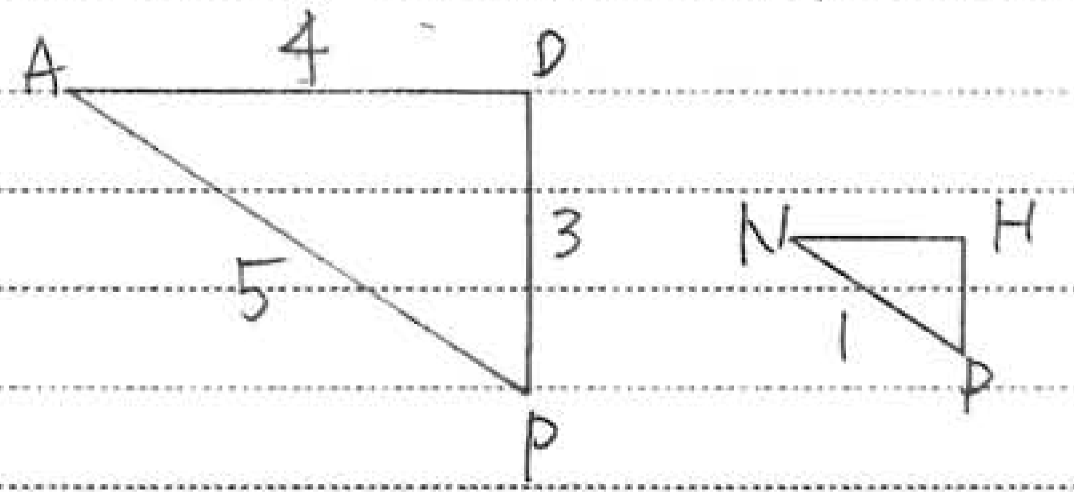
$4^2 + (4-x)^2 = (4+x)^2$

$16x = 16$

$x = 1$　　　　CP = 1 cm

(5) NからCDに垂線NHをひく

△APD∽△NPH となり



AP : NP = DP : HP より

$5 : 1 = 3 : HP$

$5HP = 3$

$HP = \frac{3}{5}$

よって $HC = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$

これが△NBCの高さになるので

$\triangle NBC = 4 \times \frac{8}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{16}{5}$ cm²

(6) 半円とAM, PMとの交点をそれぞれQ, Rとする

$AQ = AM - QM = 2\sqrt{5} - 2$

△MCPにおいて $MP = \sqrt{5}$ となるので, $PR = \sqrt{5} - 2$

また, ∠AMB = ∠AMN, ∠PMC = ∠PMN より $\overset{\frown}{BQ} = \overset{\frown}{QN}$, $\overset{\frown}{CR} = \overset{\frown}{NR}$ であるから

$\overset{\frown}{QR}$は, 半円の弧の $\frac{1}{2}$ である。

求める周の長さは $AD + DP + AQ + PR + \overset{\frown}{QR}$ となるので

$4 + 3 + (2\sqrt{5} - 2) + (\sqrt{5} - 2) + 2 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

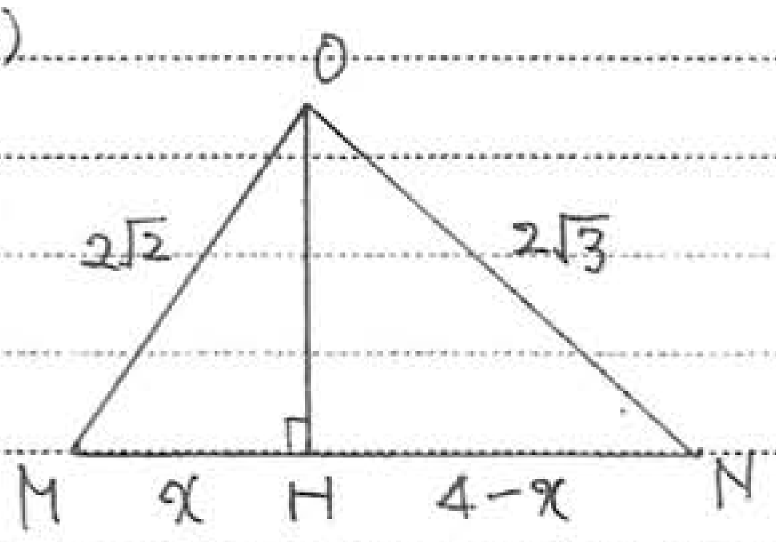
$= 3 + 3\sqrt{5} + \pi$

$3 + 3\sqrt{5} + \pi$ cm

1 (1) $\triangle OAM$で三平方の定理より
$OM^2=(2\sqrt{3})^2-2^2=8$
$OM>0$より　$OM=2\sqrt{2}$ cm

$\triangle OCN$で三平方の定理より
$ON^2=4^2-2^2=12$
$ON>0$より　$ON=2\sqrt{3}$ cm

(2)



$\triangle OMH$で三平方の定理より
$OH^2=(2\sqrt{2})^2-x^2$
$=8-x^2$　　$OH^2=8-x^2$

(3) $\triangle ONH$で三平方の定理より
$OH^2=(2\sqrt{3})^2-(4-x)^2$
(2)より　$12-(4-x)^2=8-x^2$
$8x=12$
$x=\frac{3}{2}$　　$MH=\frac{3}{2}$ cm

(4) (3)より $x=\frac{3}{2}$のとき
$OH^2=8-\frac{9}{4}=\frac{23}{4}$
$OH>0$ より　$OH=\frac{\sqrt{23}}{2}$
$HN=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$
三角錐$OHCD$の体積は $4\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{23}}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{5\sqrt{23}}{6}$　　$\frac{5\sqrt{23}}{6}$ cm^3

2 (1) $\sqrt{\langle 4\rangle\times a}=\sqrt{1\times2\times3\times4\times a}$ より $\sqrt{24a}$ となる $2\sqrt{6a}$ より $a=6$

(2) $\langle 6\rangle=1\times2\times3\times4\times5\times6$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times2\times3$
$=2^4\times3^2\times5$　より　　(ア) 4，(イ) 2

(3) $\langle 10\rangle=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$ となり
5×2の因数を2つ含むので 0は2個　　2個

(4) 0が6個並ぶとき、5×2の因数が6個必要である。
$15=3\times5$，$20=2\times2\times5$，$25=5\times5$ より。
ここまでで 2×5を6個含むことになる　　よって 25

(5) (4)より $\langle 15\rangle$のとき末尾に0が3個並ぶので 2×5の因数を3組とった数の一の位を計算すればよい
$\langle 15\rangle=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\times11\times12\times13\times14\times15$ から
2×5を3組とって一の位のみを計算すると 8　　よって 8