数　　学 (45分)

1

次の ① ～ ⑤ の計算をしなさい。⑥ ～ ⑩ は指示に従って答えなさい。

① $3-(-2)$

② $(-63)\div 9$

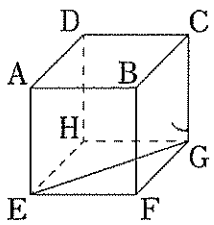
③ $2(3a+4b)-(2a-5b)$

④ $12ab\times\frac{2}{3}a$

⑤ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

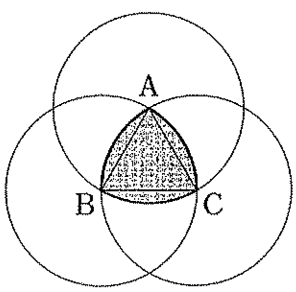
⑥ 方程式 $x^2+5x-3=0$ を解きなさい。

⑦ 右の図のような立方体があり，線分ＥＧは正方形ＥＦＧＨの対角線である。このとき，∠ＡＥＧの大きさについて，正しく述べられている文は，ア～エのうちのどれですか。一つ答えなさい。



ア　∠ＡＥＧの大きさは，90°より大きい。
イ　∠ＡＥＧの大きさは，90°より小さい。
ウ　∠ＡＥＧの大きさは，90°である。
エ　∠ＡＥＧの大きさが90°より大きいか小さいかは，問題の条件だけでは決まらない。

⑧ 次の図のような，１辺の長さが１cmの正三角形ＡＢＣと，各頂点を中心とする半径１cmの円がある。このとき，弧ＡＢ，弧ＢＣ，弧ＣＡで囲まれた色がついた図形の周の長さを求めなさい。



⑨ 右の図のような，１，２，３，４の数字が１つずつ書かれた同じ大きさの４枚のカードがある。この４枚のカードをよくきってから２回続けてひき，１回目にひいたカードに書かれている数を十の位とし，２回目にひいたカードに書かれている数を一の位として，２けたの整数をつくる。ただし，ひいたカードはもとにもどさない。このとき，この２けたの整数が３の倍数となる確率を求めなさい。

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$

⑩ 次の度数分布表は，あるクラス20人の学習時間を整理したものである。(1)，(2) を求めなさい。

学習時間（分）	度数（人）
0以上 ～ 30未満	1
30 ～ 60	2
60 ～ 90	7
90 ～ 120	6
120 ～ 150	2
150 ～ 180	2
計	20

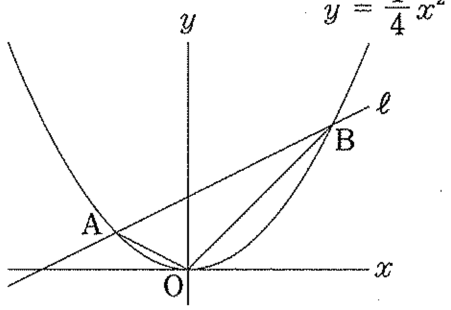
(1) 学習時間の最頻値
(2) 学習時間の平均値

2　花子さんは，重さが70gの空の貯金箱に，毎日10円硬貨か50円硬貨のどちらか1枚を入れることにした。貯金箱に最初の1枚を入れた日を1日目として，100日目の1枚を入れたとき，何円たまっているか気になり，貯金箱を開けずに重さを利用して調べる方法を考えた。10円硬貨1枚の重さは4.5g，50円硬貨1枚の重さは4gであり，100日目の1枚を入れたときの貯金箱の重さは500gであった。①，②に答えなさい。

①　貯金箱に入れた10円硬貨をx枚，50円硬貨をy枚として，連立方程式をつくりなさい。

②　貯金箱に何円たまっているかを求めなさい。

3　次の図のように，関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上に2点A，Bがあり，点Aのx座標は-2，点Bのy座標は4である。ただし，点Bのx座標は正とする。また，2点A，Bを通る直線をℓとする。原点Oと点A，Bとをそれぞれ結ぶ。①～③の$\boxed{}$に適当な数または式を書き入れなさい。④は指示に従って答えなさい。



①　点Aの座標は（-2，$\boxed{(1)}$）であり，
点Bの座標は（$\boxed{(2)}$，4）である。

②　直線ℓの式は$y=\boxed{}$である。

③　線分ABの長さは$\boxed{}$である。

④　点Oと直線ℓとの距離は，次のように求めることができる。$\boxed{(1)}$には適当な数を書き入れなさい。また，(2)には点Oと直線ℓとの距離を求めなさい。ただし，(2)は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

点Oから直線ℓに垂線OHをひくと，線分OHの長さが，点Oと直線ℓとの距離である。 △OABの面積は$\boxed{(1)}$だから，△OABについて， (2)

4 絵理さんと桃子さんは，降水量の観測に転倒ます型雨量計が使われていることを知り，それを身近な材料で作り，降水量を観測した。① ～ ③ に答えなさい。ただし，材料の厚さは考えないものとする。

【降水量】
降水量は，降った雨がどこにも流れ去らずにそのままたまった場合の水の深さで，mm(ミリメートル)で表す。例えば，「降水量 3 mm」とは，円柱や角柱の容器に雨をためた場合，水深 3 mm になるということである。

【転倒ます型雨量計のしくみ】
図１のような，受水器と，同じ形をした ます２個を合わせた転倒ますがある。受水器で受けた雨が一方のますに流れ込み，一定量たまると転倒ますが転倒して排水され，それと同時にもう一方のますにたまり始める。降水量 0.5 mm ごとに転倒ますが転倒し，その回数をもとに降水量が観測される。

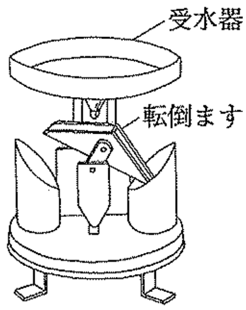


図１

【２人が作る転倒ます型雨量計(図２)】
１回の転倒で降水量 0.5 mm が観測できるようにする。

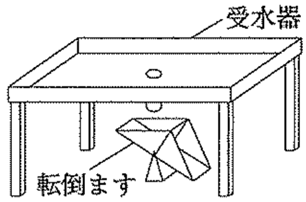


図２

・転倒ますは，図３のような，底面がＡＢ＝ 4 cm，ＢＣ＝ 3 cm，∠ＡＢＣ＝ 90° の直角三角形で，高さがＢＥ＝ 3 cm の三角柱のます２個を面ＢＥＦＣで合わせたものとする。このとき，一方のますの容積は [(あ)] cm³ である。また，受水器は四角柱の容器とする。
・受水器で受けた雨は，すべて ますへ流れ込み，一方のますが雨でいっぱいになると転倒ますが転倒する。
・受水器で受けた降水量 0.5 mm の雨の量(水の体積)と一方のますの容積とを等しくするために，受水器の底面積を [(い)] cm² とする。

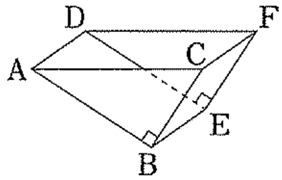


図３

① [(あ)]，[(い)] に適当な数を書き入れなさい。

② 絵理さんは，【２人が作る転倒ます型雨量計】について，次のように考えた。[(1)]，[(2)] に適当な数または式を書き入れなさい。

> 観測を始めてから，転倒ますがちょうど x 回 転倒したときの降水量を y mm とすると，x と y の関係を表す式は，y = [(1)] となる。したがって，観測を始めてから，転倒ますがちょうど 20 回 転倒したときの降水量は [(2)] mm とわかる。

③ 次の２人の会話を読んで，(1)，(2) に答えなさい。

桃子：天気予報では，１時間ごとの降水量をよく見るね。
絵理：私たちが作った転倒ます型雨量計で，今降っている雨を観測して，１時間の降水量を計算してみましょう。
桃子：観測を始めてから，転倒ますが１回 転倒するまでに３分 45 秒かかったよ。
絵理：この雨の降り方が１時間続くとすると，１時間の降水量は [　　] mm になるね。
桃子：<u>この雨の降り方が１時間続くとき，家の屋根に降る雨をすべてためると，浴槽何杯分になるのかな。</u>

(1) [　　] に適当な数を書き入れなさい。
(2) 下線部について，浴槽何杯分になるかを求めなさい。ただし，屋根は水平面で，その面積は 75 m² とし，浴槽１杯分の水の体積は 200 L とする。

5 テレビでビリヤードの球が台の枠に当たって跳ね返る様子を見た太郎さんは，球の跳ね返りについて興味をもち，真上から見た模式図をかいて考えた。①～③に答えなさい。ただし，球の大きさ，枠の厚さは考えないものとする。

ビリヤードの台は長方形とし，枠はその周とする。打ち出された球は，次のように枠内を動くものとする。

〔球の動き方〕
- 球は真っすぐに動く。
- 球は枠に当たると，図1のように，枠に対して，$\angle a = \angle b$ となるように跳ね返り，再び真っすぐに動く。

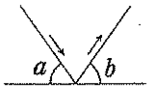


図1

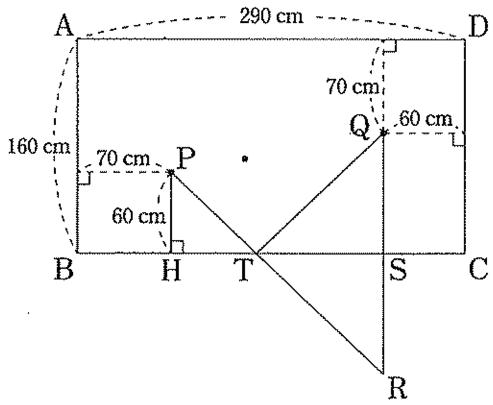


図2（・は球を表す）

図2のように，長方形ABCDの内部の2点P，Qと，その間に球がある。点Pにある球を点Qにある球に直接当てられないとき，枠の一部を表す辺BCに1回跳ね返らせて当てる方法を考える。

(あ)線分BCについて点Qと対称な点Rをとり，線分QRと線分BCとの交点をS，線分PRと線分BCとの交点をTとし，点Qと点Tを結ぶ。(い)このとき，点Pにある球を点Tで跳ね返らせれば，点Qにある球に当てることができる。また，点Pから線分BCに垂線PHをひくと，△PTH∽△QTSだから，相似比を使うと，(う)点Tの位置がわかる。

① 下線部(あ)の点Rを，定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

② 下線部(い)が正しいことは，次のように説明できる。(1)には△QTS≡△RTSの証明の過程を書きなさい。また，(2)には∠PTB＝∠QTSであることを示す説明の続きを書き，＜説明＞を完成させなさい。

＜説明＞

△QTSと△RTSにおいて，

(1)

△QTS≡△RTSである。合同な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しいので，

(2)

よって，∠PTB＝∠QTSである。したがって，〔球の動き方〕により，点Pにある球を点Tで跳ね返らせれば，点Qにある球に当てることができる。

③ 図2において，AB＝160 cm，AD＝290 cmであり，点Pと辺AB，BCとの距離はそれぞれ70 cm，60 cm，点Qと辺CD，DAとの距離はそれぞれ60 cm，70 cmである。(1)，(2)に答えなさい。

(1) 下線部(う)について，線分STの長さを求めなさい。

(2) 太郎さんは，図3のように，点Pにある球を，辺BCに1回，続けて辺CDに1回，合計2回跳ね返らせて，点Qにある球に当てる方法を考えた。跳ね返らせる辺BC上の点をUとするとき，線分CUの長さを求めなさい。

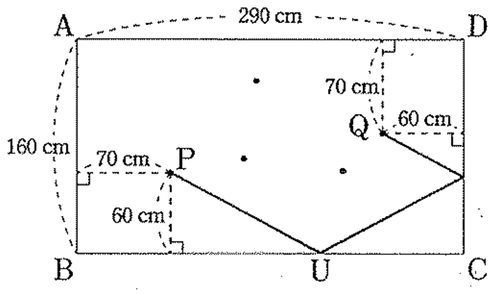


図3（・は球を表す）