

受検番号	
------	--

数 学

注 意

- 1 開始の合図があるまで、問題用紙を開いてはいけません。
- 2 解答は、最も簡単な形で表し、全て解答用紙に記入下さい。
- 3 答えに根号が含まれる場合は、根号を用いた形で表し下さい。
- 4 円周率は π とします。
- 5 問題用紙は、冊子の形になっています。
- 6 問題は、表紙の裏を1ページとし、7ページまであります。開始の合図で問題用紙の各ページを確認し、始め下さい。
- 7 問題用紙の表紙と解答用紙の受検番号欄に、それぞれ受検番号を記入下さい。

1 次の (1) から (9) までの各問いに答えなさい。

(1) $12 - 6 \div (-3)$ を計算しなさい。

(2) $\frac{1}{2}a - \frac{4}{3}a$ を計算しなさい。

(3) $A = 4x - 1$, $B = -2x + 3$ とするとき、次の式を計算しなさい。

$$-4A + 3B + 2A$$

(4) $-15a^2b \div 3ab^2 \times (-2b)^2$ を計算しなさい。

(5) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + \sqrt{6}$ を計算しなさい。

(6) 次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 = x + 12$$

(7) 関数 $y = -3x^2$ について、 x が -4 から 3 まで増加したときの、 y の変域を求めなさい。

(8) $3, 4, 5, 6, 7$ の数字が書かれたカードが1枚ずつある。この5枚のカードから同時に2枚のカードを引くとき、2枚のカードの数字の積が2の倍数でなく、3の倍数でもない確率を求めなさい。ただし、どのカードを引くことも同様に確からしいとします。

(9) 下の表1は、A中学校におけるハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものです。表1をもとに、表2のB中学校の度数分布を推定します。A中学校とB中学校の10m以上20m未満の階級の相対度数が等しいとしたとき、表2の(ア)にあてはまる度数を求めなさい。

表1

A中学校

階級(m)	度数(人)
以上 未満 0~10	44
10~20	66
20~30	75
30~40	35
合計	220

表2

B中学校

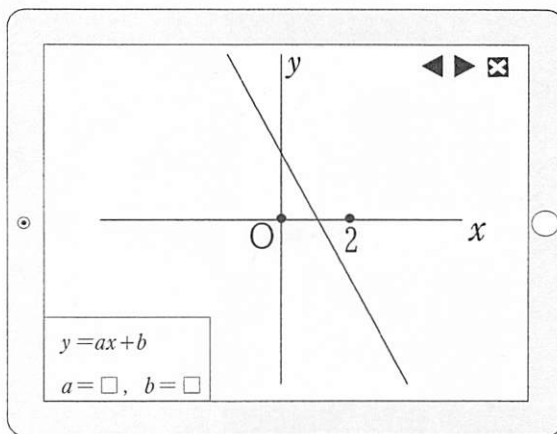
階級(m)	度数(人)
以上 未満 0~10	
10~20	(ア)
20~30	
30~40	
合計	60

2

優さんは、コンピュータを使って、関数のグラフや図形について調べました。このコンピュータでは、1次関数 $y = ax + b$ の a と b に値を代入すると画面に直線が表示されます。後の (1) から (4) までの各問いに答えなさい。

はじめに、優さんは、 a と b にある値を代入すると図1の直線が表示されました。

図1



- (1) 優さんが代入した a の値は、正の値、負の値、0のいずれになりますか。また、 $3a+b$ の値は、正の値、負の値、0のいずれになりますか。それぞれ答えなさい。

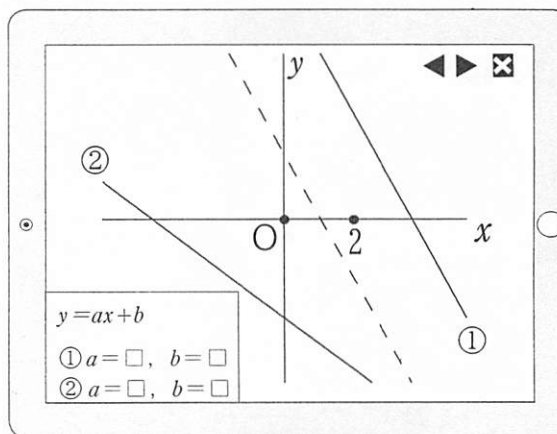
さらに、優さんは、 a と b の値をいろいろと変えました。



優さん

まず、 a の値は変えずに b の値は大きくすると、図1の直線を y 軸の正の方向へ平行に移動した図2の直線①が表示されました。次に、 a と b の値を変えると、図2の直線②が表示されました。

図2



- (2) 図2の②の直線を表示するには、図1の直線とくらべて、 a と b の値をどのように変えましたか。下線部のように「 a の値は～ b の値は～」の形式で答えなさい。

次に優さんは、コンピュータの画面上に4点A、B、C、Dをとり、四角形ABCDを表示しました。そして、図3のように、点B、C、Dは動かさず、点Aは点線上を動かすことにしました。

図3

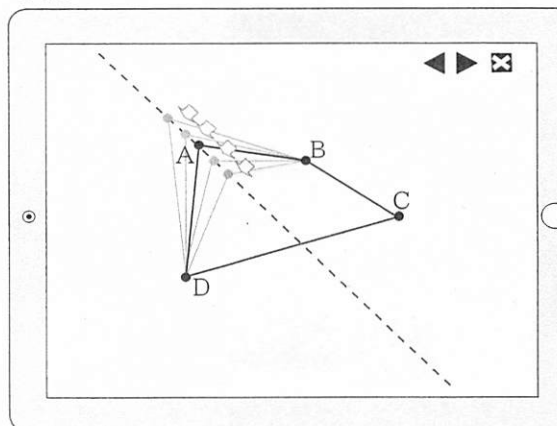
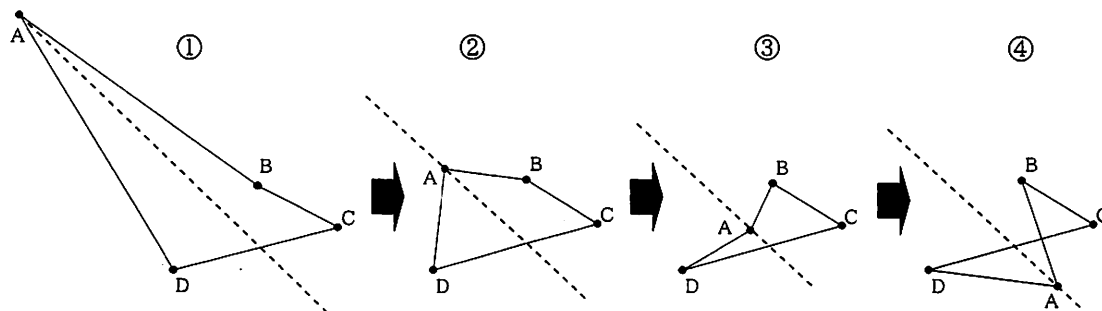


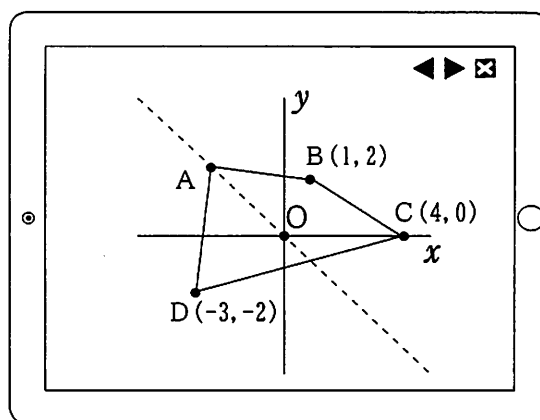
図4は、点Aが①, ②, ③, ④の順に点線上を動くとき、点AとB, BとC, CとD, DとAを線分で結んでできる図形が変化していく様子を表しています。

図4



優さんは、この変化の様子を図5のように座標平面で考えました。3点の座標を、 $B(1, 2)$, $C(4, 0)$, $D(-3, -2)$ とし、点Aは点線で示された直線 $y = -x$ 上を動くこととします。

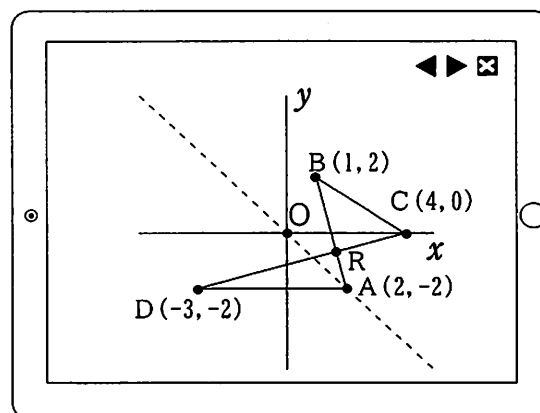
図5



(3) 図4の①から④まで点Aのみを動かしたとき、点AとB, BとC, CとD, DとAを線分で結んでできる図形が1つの三角形になる点Aの座標は、2つありました。このときにできる2つの三角形をS, Tとしたとき、SとTの面積比を求めなさい。ただし、 $S \leq T$ とします。

(4) 図4の④のような2つの三角形ができる場合、点Aの座標が、 $(2, -2)$ のときに2つの三角形の面積が等しくなりました。図6のように、線分ABと線分CDの交点をRとすると、 $\triangle RAD$ と $\triangle RBC$ の面積が等しくなることを説明しなさい。

図6



3

涼さんと純さんは、食パンとロールパンをつくります。次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 涼さんは、つくったロールパンを友人に同じ個数ずつ配りたいと考えています。4個ずつ配ると9個余り、6個ずつ配ると5個たりません。友人の人数を求めなさい。

食パン1斤とロールパン6個をつくるために使う小麦粉とバター分量は、次のとおりです。

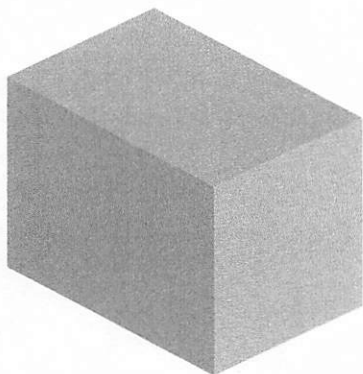
小麦粉とバターの分量

- 食パン1斤・・・小麦粉 300g, バター 10g
- ロールパン6個・・・小麦粉 150g, バター 10g

(2) 純さんは食パンとロールパンをつくるために、小麦粉1.5kg, バター80gを用意しました。用意した小麦粉とバターは残さずに使います。純さんは、食パンとロールパンをそれぞれいくつつくる予定ですか。方程式をつくり、答えを求めなさい。ただし、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

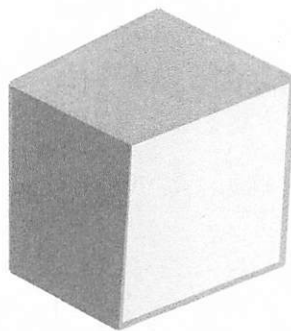
2人は、図1のような食パン1斤を焼き上げたあと、食パンを2つに切って2人で分けました。図2は、純さんの食パンを表し、図3は、図2の食パンの大きさを表しています。ただし、食パン1斤を直方体とみて、頂点E, F, G, Hが同じ平面上にあるとします。

図1



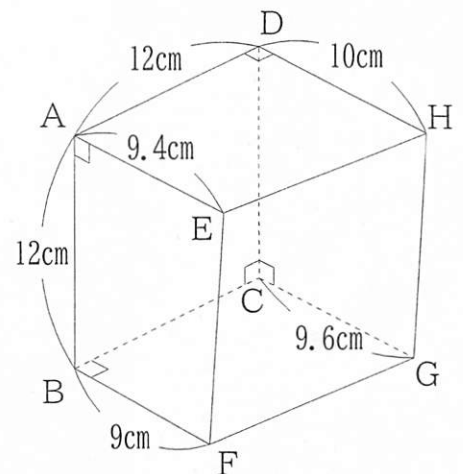
食パン1斤

図2



純さんの食パン

図3

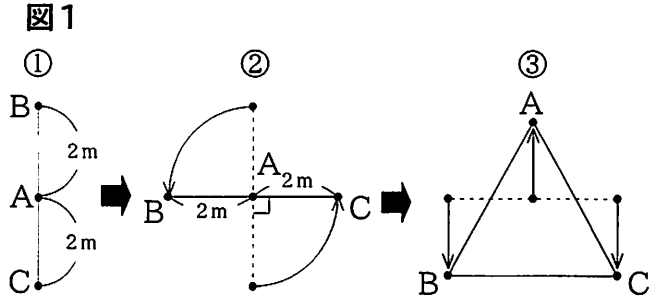


(3) 純さんは図3の四角形EFGHが平行四辺形であることに気づきました。このときの、対角線FHの長さを求めなさい。

4

涼さんと純さんは、体育の授業中に3人で行うダンスの隊形移動について考えています。3人の位置を点A, B, Cとします。後の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

はじめに、点A, B, Cを図1の①から②、②から③の順に動かすことにしました。
ただし、①において、点A, B, Cは一直線上にあり、 $AB=AC=2\text{m}$ とします。

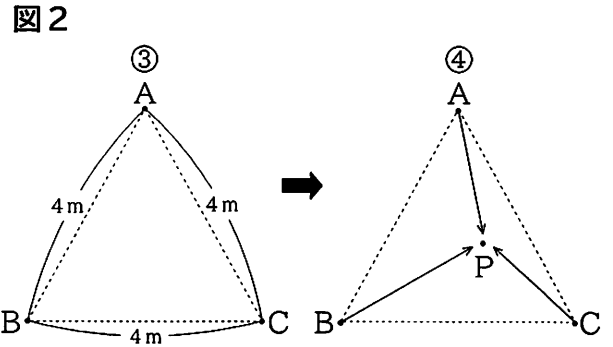


(1) 図1の②のように、点B, Cは点Aを中心とする半径2mの円周上を反時計回りに 90° それぞれ動きます。点B, Cがそれぞれ動くとき、点B, Cの2点が動く距離の合計を求めなさい。

次に、2人は、図1の③から点A, B, Cを動かすことを考えています。

考えていること

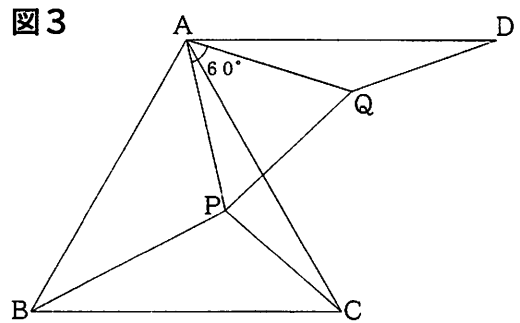
- I 図2の③のように、
 $AB=BC=CA=4\text{m}$ とする。
- II 点A, B, Cは、③の位置から④のように、点Pに集まる。点Pまでは、それぞれ一直線に動く。



2人は、点A, B, Cが動く距離の合計が、最も短くなる点Pの位置を求めるにはどうしたらよいか先生に質問したところ、アドバイスをもらいました。

先生のアドバイス1

- ① 図3のように線分APを点Aを中心に反時計回りに 60° 回転させた線分をAQとします。このとき、 $\triangle APQ$ は正三角形になり、 $AP=PQ$ であることがわかります。
- ② 点Aから辺BCと平行で、 $AD=BC$ となる点Dをとると、 $CP=DQ$ になります。
- ③ ①, ②より $AP+BP+CP=BP+PQ+QD$ であることがわかりますので、 $BP+PQ+QD$ が最も短くなる時の値を求めてみましょう。



(2) 下線部の $CP=DQ$ であることを証明しなさい。

(3) 点A, B, Cが動く距離の合計が最も短くなる時の値を求めなさい。

さらに2人は、先生から次のアドバイスをもらいました。

先生のアドバイス2

- ① 正三角形ABCの3つの頂点からの距離の合計が最も短くなる点Pは、三角形の内側にあり、 $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$ となります。点Pを作図してみましょう。
- ② ①のことは、三角形が正三角形のときだけではなく、3つの角の大きさがすべて 120° 未満の三角形のときに成り立ちます。

先生のアドバイス2の①をもとに作図すると、点Pは、3つの頂点から等距離にあることがわかりました。

図4の三角形ABCは正三角形で、点Pは正三角形ABCの3つの頂点からの距離の合計が最も短くなる点です。また、 $\triangle BCT$ は、 $CB = CT$ の二等辺三角形で $BC = 2BT$ です。

- (4) 先生のアドバイス2をもとに、3点B, C, Tからの距離の合計が最も短くなる点Rをコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。

図4

