

令和5年度
高等学校入学者選抜学力検査問題

第 2 部

数 学

注 意

- 1 問題は、**1** から **5** まであり、10ページまで印刷してあります。
- 2 答えは、すべて別紙の解答用紙に記入し、解答用紙だけ提出しなさい。
- 3 **3** の問2は、途中の計算も解答用紙に書きなさい。それ以外の計算は、問題用紙のあいているところを利用しなさい。
- 4 問いのうち、「……選びなさい。」と示されているものについては、問いで指示されている記号で答えなさい。

1 次の問いに答えなさい。(配点 33)

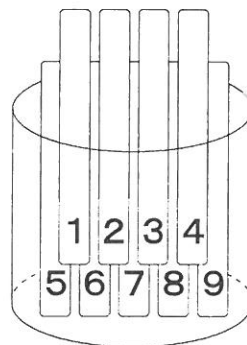
問1 (1)~(3)の計算をしなさい。

(1) $9 - (-5)$

(2) $(-3)^2 \div \frac{1}{6}$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{14}$

問2 下の図のように、円筒の中に1から9までの数字が1つずつ書かれた9本のくじがあります。円筒の中から1本のくじを取り出し、くじに書かれた数が偶数のとき教室清掃の担当に、奇数のとき廊下清掃の担当に決まるものとします。Aさんが9本のくじの中から1本を取り出すとき、Aさんが教室清掃の担当に決まる確率を求めなさい。

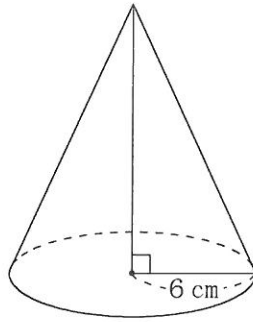


問3 下の表は、ある一次関数について、 x の値と y の値の関係を示したものです。

表の に当てはまる数を書きなさい。

x	...	-1	0	...	3	...
y	...	6	<input type="text"/>	...	2	...

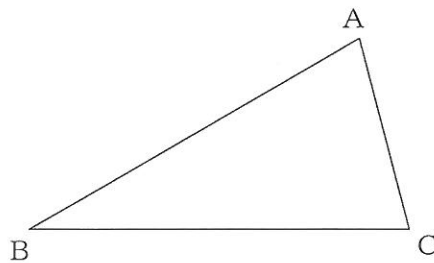
問4 下の図のように、底面の半径が6 cm、体積が $132\pi\text{ cm}^3$ の円錐があります。この円錐の高さを求めなさい。



問5 $x^2 - \square x + 14$ が $(x-a)(x-b)$ の形に因数分解できるとき、 \square に当てはまる自然数を2つ書きなさい。ただし、 a, b はいずれも自然数とします。

問6 下の図のように、 $\angle ACB = 75^\circ$ 、 $BA = BC$ の二等辺三角形 ABC があります。 $\triangle ABC$ の内部に点 P をとり、 $\angle PBC = \angle PCB = 15^\circ$ となるようにします。点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし、点を示す記号 P をかき入れ、作図に用いた線は消さないこと。



2 図1のような、小学校で学習したかけ算九九の表があります。優さんは、太線で囲んだ数の

ように、縦横に隣り合う4つの数を $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ と

したとき、4つの数の和 $a+b+c+d$ がどんな数になるかを考えています。

例えば、

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 10 \\ \hline 12 & 15 \\ \hline \end{array} \text{ のとき } 8+10+12+15=45,$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 10 & 15 \\ \hline 12 & 18 \\ \hline \end{array} \text{ のとき } 10+15+12+18=55 \text{ となります。}$$

優さんは、 $45=5 \times 9$ 、 $55=5 \times 11$ となることから、次のように予想しました。

(予想 I)

縦横に隣り合う4つの数の和は、5の倍数である。

次の問いに答えなさい。(配点 17)

問1 予想Iが正しいとはいえないことを、次のように説明するとき、 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数を、それぞれ書きなさい。

(説明)

縦横に隣り合う4つの数が、
 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $d = \boxed{\text{エ}}$ のとき、
 4つの数の和 $a+b+c+d$ は、 $\boxed{\text{オ}}$ となり、5の倍数ではない。
 したがって、縦横に隣り合う4つの数の和は、5の倍数であるとは限らない。

図1

	かける数								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

かけられる数

問2 優さんは、予想Iがいつでも成り立つとは限らないことに気づき、縦横に隣り合う4つの数それぞれの、かけられる数とかける数に注目して、あらためて調べ、予想をノートにまとめました。

(優さんのノート)

かける数	8 + 10 + 12 + 15
かけられる数	$= ((2) \times (4)) + ((2) \times (5)) + ((3) \times (4)) + ((3) \times (5))$ $= (2) \times ((4) + (5)) + (3) \times ((4) + (5))$ $= ((2) + (3)) \times ((4) + (5))$
	かけられる数の和 かける数の和

(予想II)

縦横に隣り合う4つの数の和は、(かけられる数の和)×(かける数の和)である。

予想IIがいつでも成り立つことを、次のように説明するとき、ア ~ キ に当てはまる式を、それぞれ書きなさい。

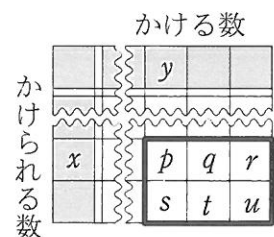
(説明)

a を、かけられる数 m 、かける数 n の積として $a = mn$ とすると、
 b, c, d は、それぞれ m, n を使って、
 $b = \text{ア}$, $c = \text{イ}$, $d = \text{ウ}$ と表すことができる。
 このとき、4つの数の和 $a + b + c + d$ は、
 $a + b + c + d = mn + \text{ア} + \text{イ} + \text{ウ}$
 $= 4mn + 2m + 2n + 1$
 $= (2m + 1)(2n + 1)$
 $= \{ \text{エ} + (\text{オ}) \} \{ \text{カ} + (\text{キ}) \}$ となる。
 したがって、縦横に隣り合う4つの数の和は、
 (かけられる数の和)×(かける数の和)である。

問3 優さんは、図2の太線で囲んだ数のように、縦横に隣り合う6つの数の和について調べてみたところ、縦横に隣り合う6つの数の和も、(かけられる数の和)×(かける数の和)となることがわかりました。

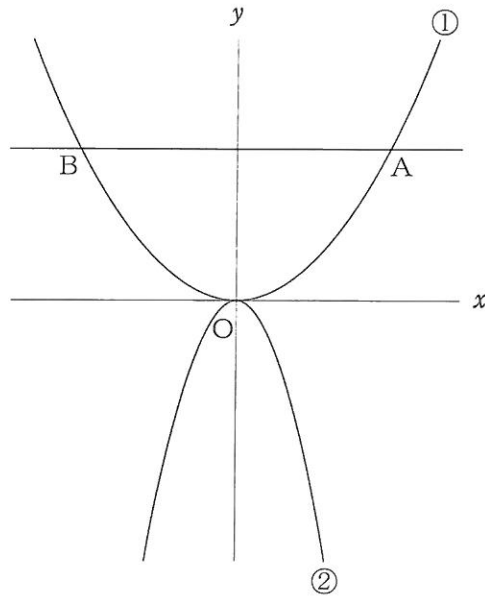
図2において、 $p + q + r + s + t + u = 162$ となるとき、 p のかけられる数 x 、かける数 y の値を、それぞれ求めなさい。

図2



- 3 下の図のように、2つの関数 $y = ax^2$ (a は正の定数)……①, $y = -3x^2$ ……② のグラフがあります。①のグラフ上に点Aがあり、点Aの x 座標を正の数とします。点Aを通り、 x 軸に平行な直線と①のグラフとの交点をBとします。点Oは原点とします。

次の問いに答えなさい。(配点 17)



問1 $a = 2$ とします。点Aの y 座標が8のとき、点Aと点Bとの距離を求めなさい。

問2 ①について x の値が1から3まで増加するときの変化の割合が、一次関数 $y = x + 2$ について x の値が-1から2まで増加するときの変化の割合に等しいとき、 a の値を求めなさい。

問3 $a = \frac{1}{3}$ とします。点Aの x 座標を3とします。②のグラフ上に点Cを、 x 座標が1となるようにとります。点Cを通り、 x 軸に平行な直線と②のグラフとの交点をDとします。線分AB, CD上にそれぞれ点P, Qをとり、点Pの x 座標を t とします。ただし、 $0 < t \leq 1$ とします。

陸さんは、コンピュータを使って直線PQを動かしたところ、直線PQが原点Oを通るとき、台形ABDCの面積を2等分することに気づきました。

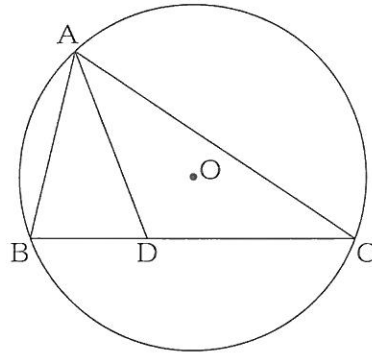
直線PQが原点Oを通るとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 点Qの座標を、 t を使って表しなさい。

(2) 直線PQが台形ABDCの面積を2等分することを説明しなさい。

- 4 下の図のように、円Oの円周上に3点A, B, Cをとります。 $\angle BAC$ の二等分線と線分BCとの交点をDとします。

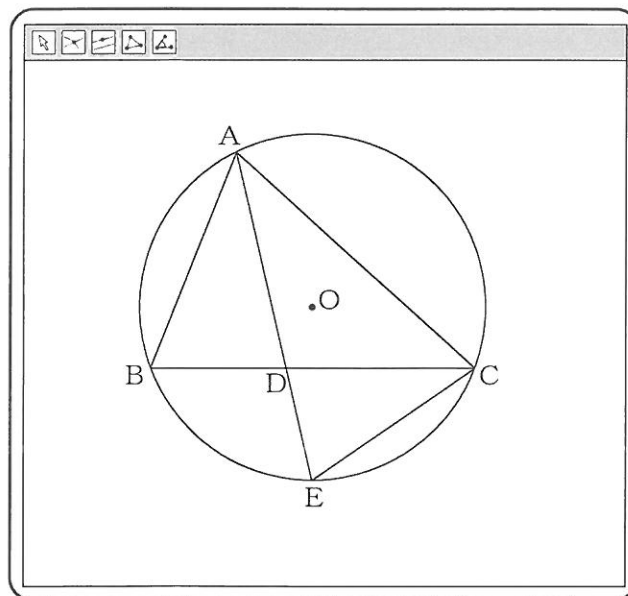
次の問いに答えなさい。(配点 16)



- 問1 $AD=CD$, $\angle BAD=35^\circ$ のとき, $\angle ADC$ の大きさを求めなさい。

- 問2 悠斗さんと由美さんは、コンピュータを使って、画面のように、線分ADを延長した直線と円Oとの交点をEとしました。次に、点A, B, Cを円周上で動かし、悠斗さんは「 $\triangle ABD$ と $\triangle CED$ が相似である」、由美さんは「 $\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ が相似である」と予想し、それぞれ予想が成り立つことを証明しました。

画面



(悠斗さんの証明)

$\triangle ABD$ と $\triangle CED$ において、
[ア] に対する [イ] は等しいから、
 $\angle ABD = \angle CED$ …①
また、対頂角は等しいから、
 $\angle ADB = \angle CDE$ …②
①, ②から、
[ウ] ので、
 $\triangle ABD \sim \triangle CED$

(由美さんの証明)

$\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ において、
[ア] に対する [イ] は等しいから、
 $\angle ABD = \angle AEC$ …①
また、仮定から、
 $\angle BAD = \angle EAC$ …②
①, ②から、
[ウ] ので、
 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$

次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) [ア] ~ [ウ] には、それぞれ共通する言葉が入ります。[ア] ~ [ウ] に当てはまる言葉をそれぞれ書き入れ、証明を完成させなさい。

- (2) $AB = AD$ のとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle ADC$ を証明しなさい。なお、悠斗さんや由美さんが証明したことを用いてもよいものとします。

5

A市に住む中学生の翼さんは、ニュースで聞いたことをもとに、先生と話し合っています。

翼さん 「昨日、ニュースで『今年の夏は暑くなりそうだ』と言っていましたよ。」

先生 「先生が子どもだった50年くらい前は、もっと涼しかったんですけどね。」

翼さん 「どのくらい涼しかったんですか？」

先生 「最高気温が25℃以上の『夏日』は、最近よりずっと少なかったはずです。」

翼さん 「そうなんですか。家に帰ったら調べてみますね。」

次の問いに答えなさい。(配点 17)

問1 翼さんは、今から50年前と2021年の夏日の日数を比べてみることにしました。翼さんは、A市の1972年と2021年における、7月と8月の日ごとの最高気温を調べ、その結果をノートにまとめました。次の ～ に当てはまる数を、それぞれ書きなさい。

(翼さんのノート1)

A市の7～8月の
日ごとの最高気温の度数分布表

階級 (°C)	1972年		2021年	
	度数 (日)	累積度数 (日)	度数 (日)	累積度数 (日)
13 <small>以上</small> ～16 <small>未満</small>	1	1	0	0
16～19	0	1	2	2
19～22	6	7	3	5
22～25	16	23	14	19
25～28	26	49	10	29
28～31	8	57	15	44
31～34	4	61	12	56
34～37	1	62	6	62
合計	62		62	

【わかったこと】

A市の7～8月の夏日(最高気温が25℃以上)の日数は、

1972年が 日、

2021年が 日である。

【結論】

A市の夏日の日数は、

1972年と2021年とでは

日しか変わらない。

問2 翼さんは、ノート1を見せながら、先生と話し合っています。

翼さん 「A市の夏日の日数は、50年前とほとんど変わりませんでした。」

先生 「本当ですか。ん？7月と8月以外の月でも夏日になることがありますよ。

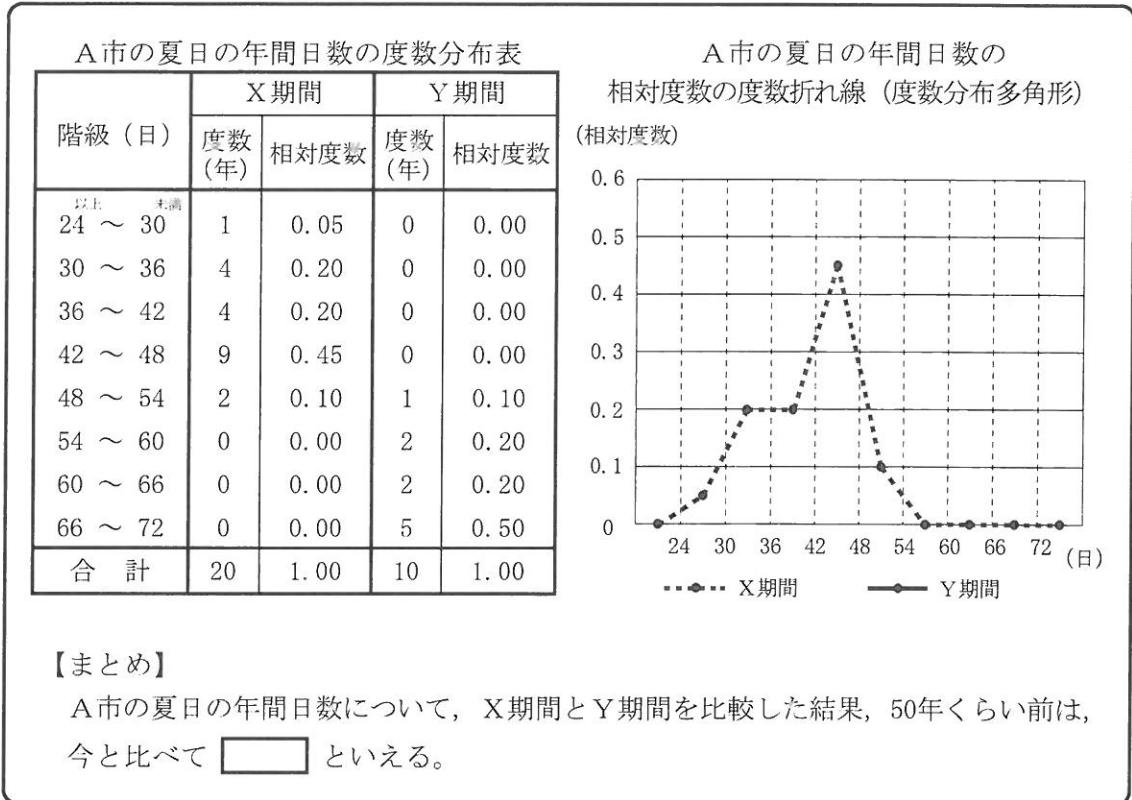
それに、調べた1972年と2021年の夏日の日数が、たまたま多かった、

あるいは、たまたま少なかったという可能性もありますよね。」

翼さん 「たしかにそうですね。もう少し調べてみます！」

翼さんは、A市の夏日の年間日数について、1962年から1981年までの20年間（以下、「X期間」とします。）と、2012年から2021年までの10年間（以下、「Y期間」とします。）をそれぞれ調べ、その結果をノートにまとめることにしました。

（翼さんのノート2）



次の(1)~(3)に答えなさい。

- (1) ノート2の度数分布表をもとに、Y期間の相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）を、解答用紙にかき入れなさい。

- (2) ノート2において、翼さんが「度数」ではなく「相対度数」をもとに比較している理由を説明しなさい。

- (3) に当てはまる言葉として最も適当なものを、次のア~ウから選びなさい。また、選んだ理由を、X期間とY期間の2つの相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）の特徴と、その特徴から読み取れる傾向をもとに説明しなさい。
ア 暑かった イ 変わらなかった ウ 涼しかった