| 受験番号 |
| --- |
| |

# 令和５年度（一次入試）

# 数　　学

（検査時間　15：20～16：10）

注意事項

１．開始の合図で

◆　この問題用紙にはさんである解答用紙を取り出しなさい。

◆　解答用紙，問題用紙，下書き用紙の所定の欄に受験番号を書き入れなさい。

◆　解答はすべて解答用紙の所定の欄に書き入れなさい。

◆　問題文は10ページあり，その順序は 数１ ～ 数10 で示しています。
ページ漏れや印刷不鮮明などに気づいた場合には，手をあげなさい。

２．終了の合図で

◆　机の上に，下から順に問題用紙，下書き用紙，解答用紙を置きなさい。
解答用紙だけは裏返して置きなさい。

数１

【1】 次の（1）～（6）の問いに答えなさい。

（1） 次の①～⑤の計算をしなさい。

① $-5+8$

② $6-(-3)^2\times 2$

③ $\dfrac{x+5y}{8}+\dfrac{x-y}{2}$

④ $(4x^2y+xy^3)\div xy$

⑤ $\sqrt{6}\times\sqrt{2}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

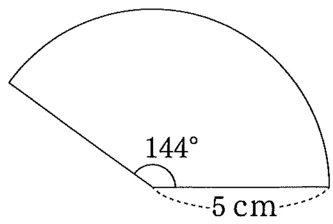
（2） 2次方程式 $x^2-6x-16=0$ を解きなさい。

（3） $\sqrt{6a}$ が5より大きく7より小さくなるような自然数 $a$ の値をすべて求めなさい。

（4） 関数 $y=-x^2$ について，$x$ の変域が $-2\leqq x\leqq a$ のとき，$y$ の変域は $-16\leqq y\leqq b$ である。
このとき，$a$，$b$ の値をそれぞれ求めなさい。

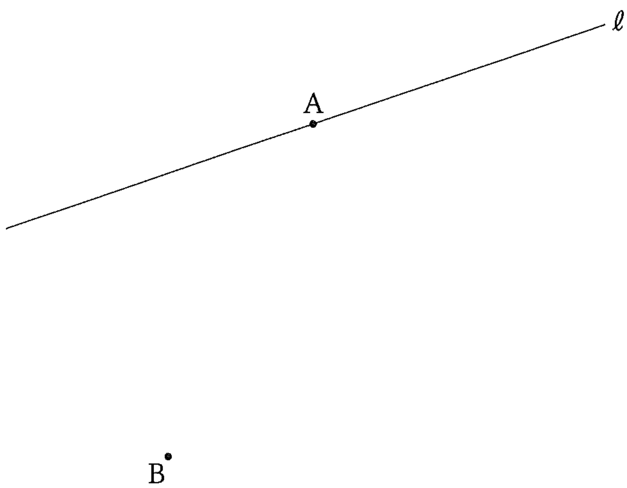
（５） 右の〔図〕のように，半径が５cm，中心角が144°のおうぎ形がある。
このおうぎ形の面積を求めなさい。

〔図〕




（６） 下の〔図〕のように，直線$\ell$と２点Ａ，Ｂがある。直線$\ell$上の点Ａで接し，点Ｂを通る円の中心Ｏを，作図によって求めなさい。
ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に使った線は消さないこと。

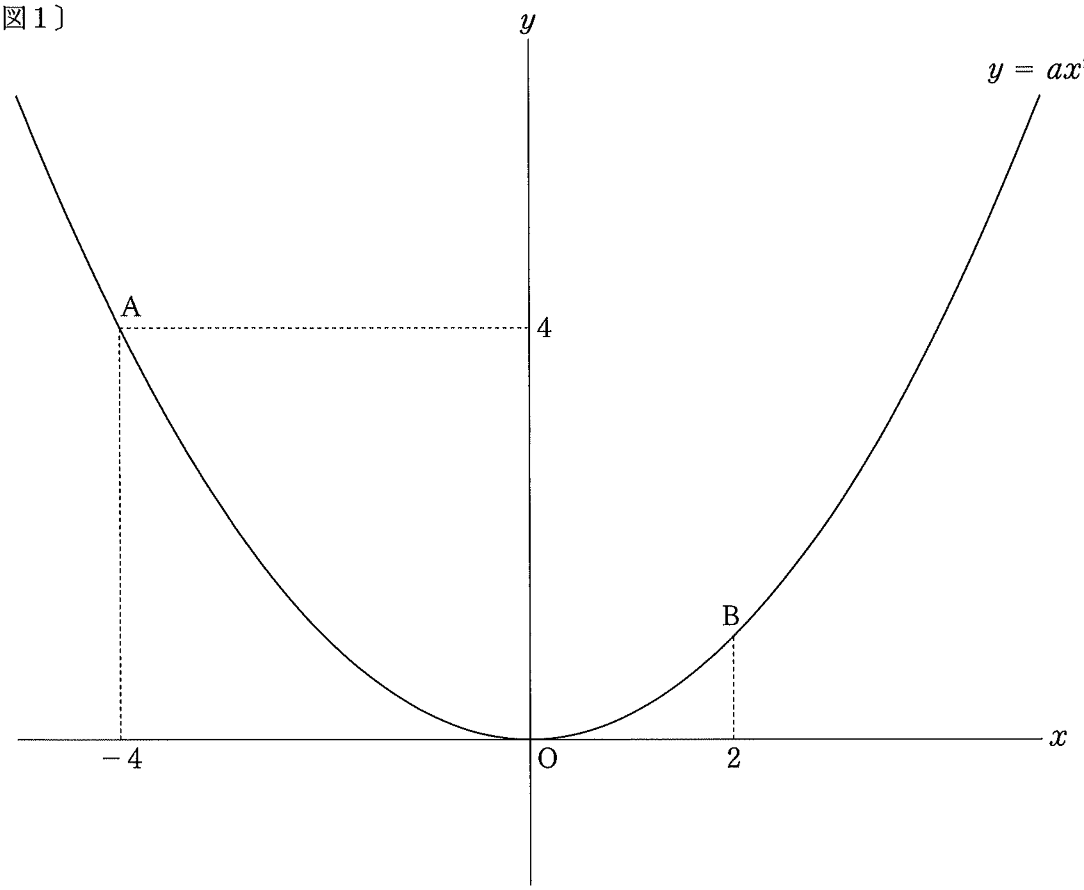
〔図〕



数３

【2】 下の〔図1〕のように，関数 $y = ax^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，点Aの座標は（$-4$，4），点Bの $x$ 座標は2である。
次の（1）～（3）の問いに答えなさい。

〔図1〕



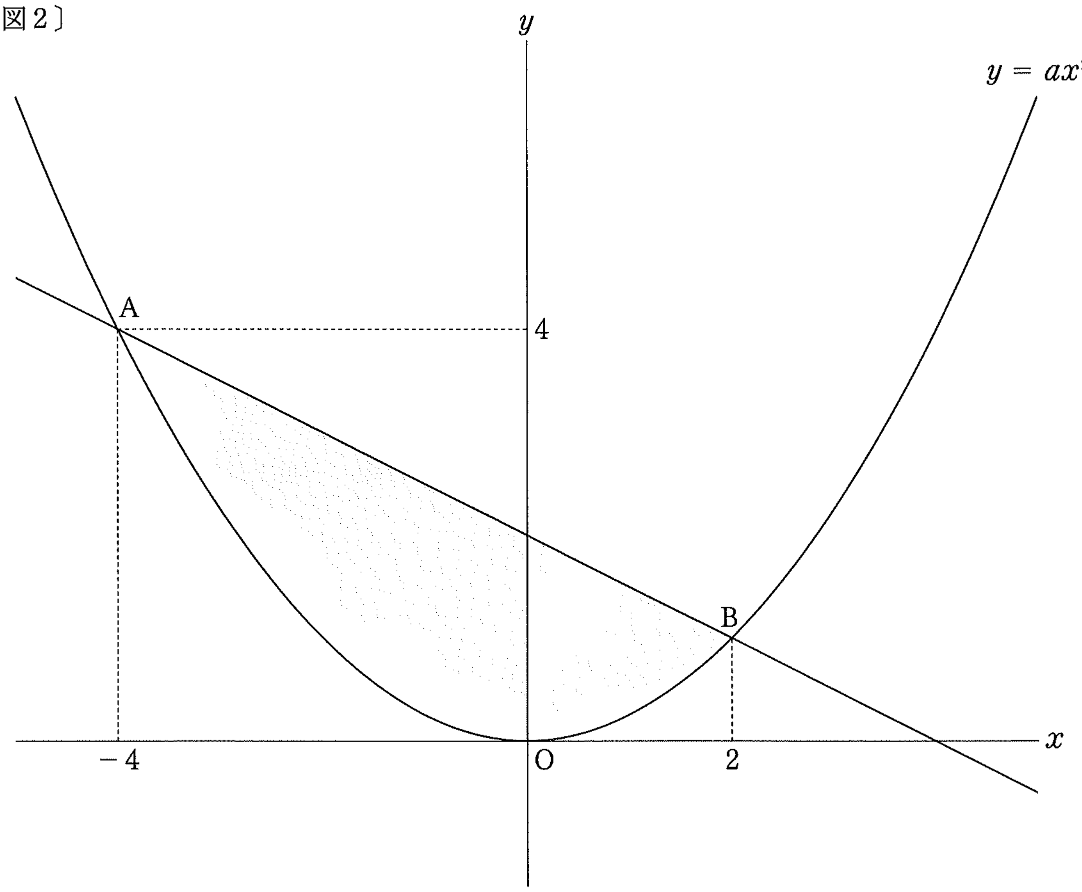

（1） $a$ の値を求めなさい。

（2） 直線ABの式を求めなさい。

（3） 下の〔図2〕のように，関数 $y = ax^2$ のグラフと直線ABで囲まれた図形をDとする。この図形Dに含まれる点のうち，$x$ 座標，$y$ 座標がともに整数である点について考える。ただし，図形Dは関数 $y = ax^2$ のグラフ上および直線AB上の点もすべて含む。

次の①，②の問いに答えなさい。

〔図2〕




① 図形Dに含まれる点のうち，$x$ 座標が $-2$ で，$y$ 座標が整数である点の個数を求めなさい。

② 直線 $y = \dfrac{9}{2}x + b$ で，図形Dを2つの図形に分ける場合について考える。ただし，$b$ は整数とする。このとき，分けた2つの図形それぞれに含まれる $x$ 座標，$y$ 座標がともに整数である点の個数が等しくなるような $b$ の値を求めなさい。

ただし，直線 $y = \dfrac{9}{2}x + b$ は，図形Dに含まれる $x$ 座標，$y$ 座標がともに整数である点を通らないものとする。

【３】 次の（１），（２）の問いに答えなさい。

（１） 右の〔図１〕のように，A，B，C，D，Eのアルファベットが１つずつ書かれた５枚のカードが，上からA，B，C，D，Eの順に重なっている。

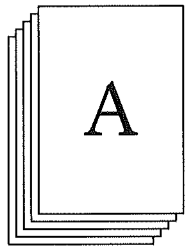
大小２つのさいころを同時に投げ，出た目の数の和と同じ回数だけ，一番上のカードを１枚ずつ一番下に移動させる。

例えば，出た目の数の和が２のとき，最初にAのカードを一番下に移動させ，次に一番上になっているBのカードを一番下に移動させるため，Cのカードが一番上になる。

ただし，大小２つのさいころのそれぞれについて，１から６までのどの目が出ることも，同様に確からしいものとする。

次の①，②の問いに答えなさい。

〔図１〕




① 出た目の数の和が６のとき，６回カードを移動させた後，一番上になるカードのアルファベットを答えなさい。

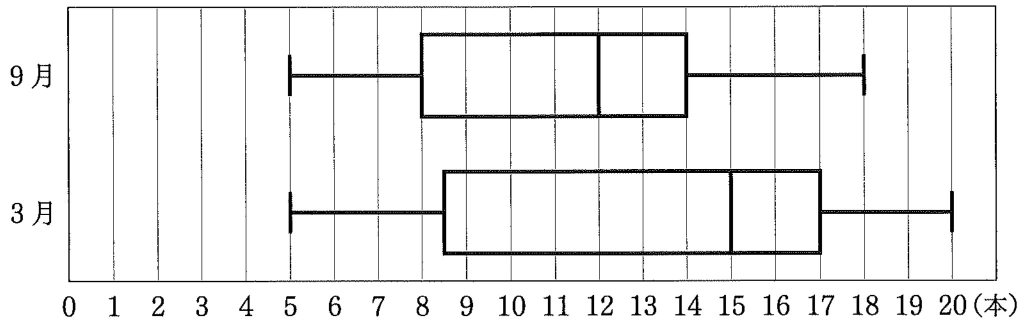
② 出た目の数の和と同じ回数だけカードを移動させた後，Cのカードが一番上になる確率を求めなさい。

（２） ある中学校の１，２年生のバスケットボール部員40人が，９月にフリースローを１人あたり20本ずつ行った。その結果から，半年後の３月までに部員40人が，フリースローを１人あたり20本中15本以上成功することを目標に掲げた。３月になり部員40人が，フリースローを１人あたり20本ずつ行った。

下の〔図２〕は，この中学校のバスケットボール部員40人の９月と３月のフリースローが成功した本数のデータの分布のようすを箱ひげ図にまとめたものである。

次の①，②の問いに答えなさい。

〔図２〕




① 〔図２〕の９月のデータの四分位範囲を求めなさい。

② 太郎さんは，上の〔図２〕の箱ひげ図をもとに，９月に比べ３月は目標を達成した部員の割合が増えたと判断した。

次の〔説明〕は，太郎さんが，目標である15本以上成功した部員の**割合が増えた**と判断した理由を説明したものである。［ア］には適する数を，［イ］には〔説明〕の続きを**「中央値」**の語句を用いて書きなさい。

〔説明〕

９月の第３四分位数は［ア］本であるため，15本以上成功した部員の割合は25％以下である。

［イ］

ゆえに，９月に比べ３月は目標を達成した部員の割合が増えたと判断できる。

【4】 ある学校の吹奏楽部が，市民ホールのコンサート会場で，14 時 30 分から定期演奏会を行った。定期演奏会では，事前にチケットを購入した人のみがコンサート会場に入場することができた。コンサート会場の入り口には３つのゲートがあり，ゲートの前に並んだ人は，誘導係の指示でゲートを通過して入場した。

最初は１つのゲートから入場させていたが，ゲートの前に並んでいる人数が増えていったため，途中から誘導係が，通過できるゲートを増やして対応した。

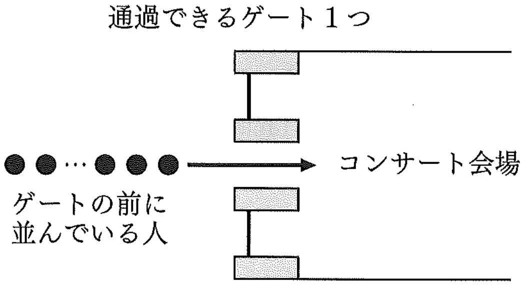
吹奏楽部員の花子さんと太郎さんは，次回の定期演奏会で入場時の混雑をできるだけ解消するには，どうすればよいかを考えるために，当日の入場の様子を参考に，下の〔仮定〕を設定した。

〔仮定〕

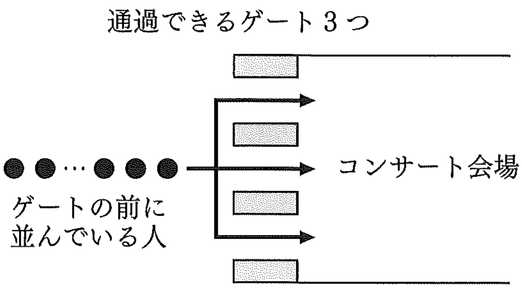
1. 定期演奏会の開始時刻は 14 時 30 分とする。
2. 入場開始時刻は 13 時 15 分とする。ゲートの前には入場開始時点で 45 人が１列で並んでいるものとする。
3. 13 時 15 分から 14 時 15 分までの 60 分間は，ゲートの前に並んでいる人の列に新たに加わる人数は，１分間あたり 12 人とする。それより後は，列に新たに人は並ばないものとする。
4. 13 時 15 分から 13 時 45 分までの 30 分間は，通過できるゲートを１つとし，13 時 45 分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでは，通過できるゲートを３つとする。
5. 通過できるゲートが１つの場合でも３つの場合でも，いずれのゲートも通過する人数は１分間あたり５人とする。

下の〔図１〕は 13 時 15 分から 13 時 45 分までの 30 分間，〔図２〕は 13 時 45 分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでの，ゲート付近の様子を模式的に表したものである。

〔図１〕 13 時 15 分から 13 時 45 分までの 30 分間の様子




〔図２〕 13 時 45 分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでの様子



下の会話は，花子さんと太郎さんと吹奏楽部の顧問の先生が，定期演奏会を振り返り，次回に向けて話しているときのものである。

会話を読んで，次の（１），（２）の問いに答えなさい。

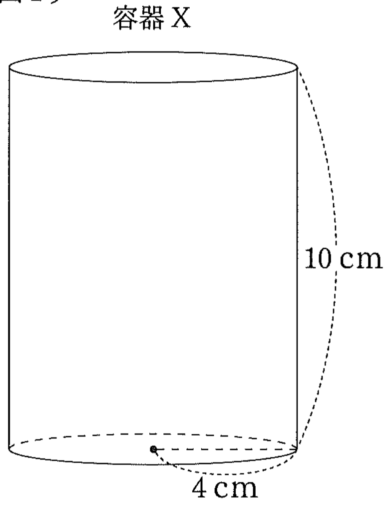
太郎：この〔仮定〕のもとで，入場が完了する時刻をどう考えればよいですか。
花子：通過できるゲートが１つの場合と３つの場合に分けて考えてはどうですか。
太郎：13 時 45 分までは通過できるゲートが１つなので，13 時 15 分から 13 時 45 分までの 30 分間にゲートを通過する人数は［ア］人です。13 時 45 分以降は通過できるゲートが３つになるので，ゲートを通過する人数は１分間あたり 15 人になります。それによって，13 時 45 分以降，時間の経過とともにゲートの前に並んでいる人数は減り，入場が完了します。
先生：そうですね。では，入場が完了するのは，何時何分ですか。
花子：まず，入場を開始してから完了するまでのゲートを通過する人数について考えます。
入場開始時刻の 13 時 15 分には 45 人が並んでいて，13 時 15 分から 14 時 15 分までの 60 分間は１分間あたり 12 人が並びます。だから，入場を開始してから完了するまでのゲートを通過する人数は［イ］人となります。
太郎：そうすると，通過できるゲートが３つになってから入場が完了するまでに，ゲートを通過する人数は［ウ］人と計算できます。
したがって，入場が完了する時刻は［エ］になります。
先生：その通りですね。
花子：ですが，次回の定期演奏会では，もう少し早く入場を完了させたいですね。

（１） 会話の中の［ア］～［ウ］には適する数を，［エ］には適する時刻を，それぞれ求めなさい。

（２） 次回の定期演奏会では，開演 10 分前の 14 時 20 分ちょうどに入場を完了させたい。〔仮定〕の④の通過できるゲートを１つから３つにする時刻である 13 時 45 分を，何時何分に変更すればよいか，求めなさい。

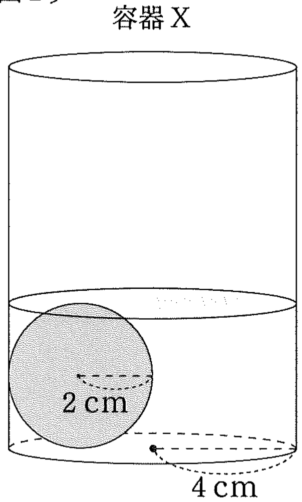
ただし，〔仮定〕の④の条件以外は変更しないものとする。

【5】 右の〔図１〕のように，底面の半径が４cm，高さが10cmの円柱の形をした容器Ｘがあり，容器Ｘを水平な台の上に置いた。
次の（1），（2）の問いに答えなさい。
ただし，容器Ｘの厚さは考えないものとする。

〔図１〕


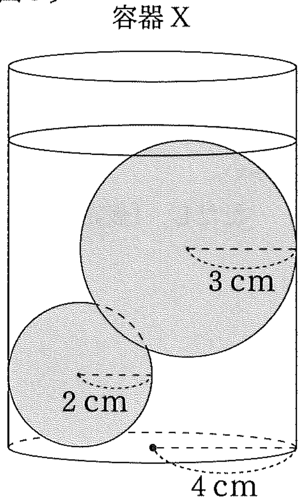

（1） 容器Ｘの体積を求めなさい。

（2） 右の〔図２〕のように，容器Ｘの中に，半径２cmの鉄球を１個入れ，鉄球の上端と水面が同じ高さになるまで水を入れた。
このとき，半径２cmの鉄球は容器Ｘの底面に接している。
次の①，②の問いに答えなさい。

〔図２〕


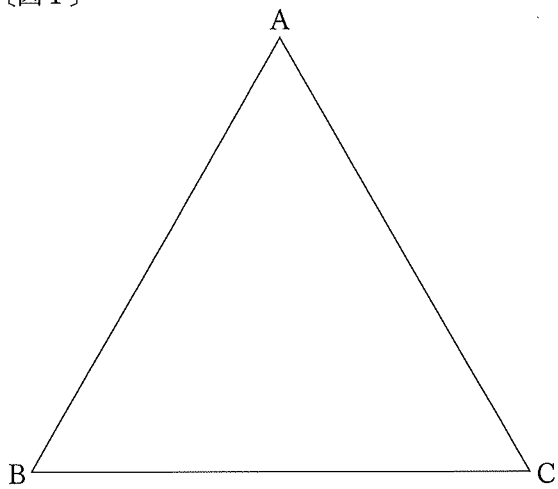

① 容器Ｘに入れた水の体積を求めなさい。

② 右の〔図３〕のように，〔図２〕の容器Ｘの中に，半径３cmの鉄球を１個入れ，半径３cmの鉄球の上端と水面が同じ高さになるまで水を追加した。２個の鉄球は，互いに接し，いずれも容器Ｘの側面に接している。
このとき，容器Ｘの底面から水面までの高さを求めなさい。
また，追加した水の体積を求めなさい。

〔図３〕


【6】 右の〔図1〕のように，正三角形ABCがある。
右下の〔図2〕のように，辺AB，AC上に点D，Eをそれぞれとり，正三角形ABCを線分DEを折り目として折り返し，頂点Aが移った点をFとする。また，辺BCと線分DF，EFとの交点をそれぞれG，Hとする。
次の（1），（2）の問いに答えなさい。

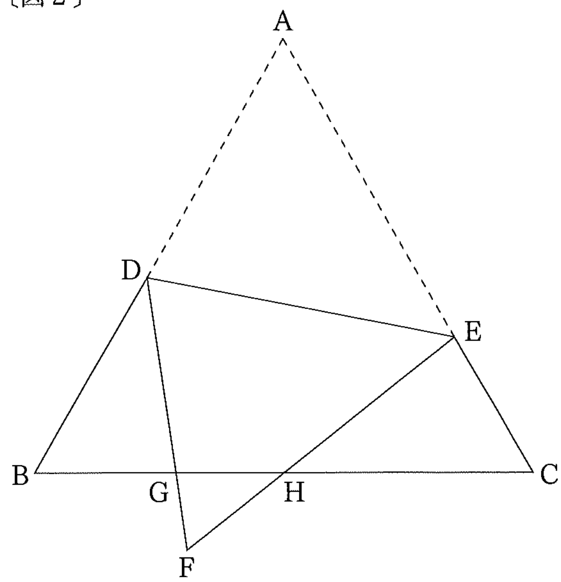
〔図1〕




（1） △GFH∽△ECHであることを証明しなさい。

（2） 正三角形ABCの1辺の長さを16 cmとし，CH = 8 cm，EH = 7 cm，HF = 4 cmとする。
次の①，②の問いに答えなさい。

〔図2〕




① 線分FGの長さを求めなさい。

② 線分DBと線分DFの長さの比DB：DFを最も簡単な整数の比で表しなさい。