令和５年度学力検査［第Ⅰ期］

数　　学　（45分）

受検上の注意

1　「始めなさい。」の指示があるまで，問題を見てはいけません。

2　解答用紙は，この表紙の裏面です。

3　指示があったら，解答用紙と問題用紙を全部調べなさい。
　問題用紙は１ページから10ページにわたって印刷してあります。もし，ページが足りなかったり，やぶれていたり，印刷のわるいところがあったりした場合は，手をあげて監督の先生に言いなさい。そのあと，指示に従って解答用紙に受検番号，志願校名を書き入れてから始めなさい。

4　解答用紙の定められたところに，記号，数，式，ことば，文章などを書き入れて答えるようになっていますから，よく注意して，答えを書くところや書き方をまちがえないようにしなさい。

5　答えが解答欄の外にはみ出したり，アかイかよくわからない記号を書いたりすると，誤答として採点されることがあります。

6　解答用紙に印刷してある $\boxed{}$ や $\boxed{※}$ には，なにも書いてはいけません。

7　メモなどには，問題用紙の余白を利用しなさい。

8　「やめなさい。」の指示があったら，すぐに書くのをやめ，解答用紙を机の上に広げて置きなさい。問題用紙は持ち帰りなさい。

9　解答用紙は，検査室からいっさい持ち出してはいけません。

問題は，次のページから始まります。

1 次の (1) ～ (5) の計算をしなさい。(6) ～ (10) は指示に従って答えなさい。

(1) $-1+7$

(2) $(-8)\times(-2)-(-4)$

(3) $(-3a-5)-(5-3a)$

(4) $4a^2b\div\frac{3}{2}b$

(5) $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-5)$

(6) ある正の整数から3をひいて，これを2乗すると64になります。この正の整数を求めなさい。ただし，解答欄の書き出しに続けて，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

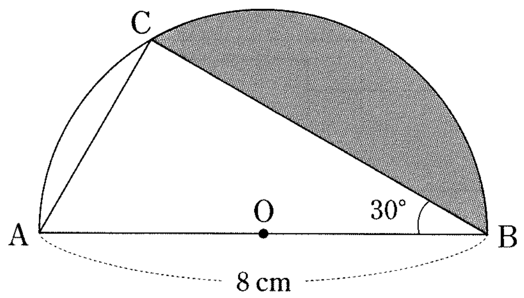
(7) y は x に反比例し，$x=-3$ のとき $y=1$ です。このとき，y を x の式で表しなさい。

(8) ことがらＡの起こる確率を p とするとき，ことがらＡの起こらない確率を p を使って表しなさい。

(9) 次のことがらが正しいかどうかを調べて，正しい場合には解答欄に「正しい」と書き，正しくない場合には反例を一つ書きなさい。

a が３の倍数ならば，a は６の倍数である。

(10) 図のように，線分ＡＢを直径とする半円Ｏの弧ＡＢ上に点Ｃがあります。３点Ａ，Ｂ，Ｃを結んでできる△ＡＢＣについて，ＡＢ＝８cm，∠ＡＢＣ＝30°のとき，弧ＢＣと線分ＢＣで囲まれた色のついた部分の面積を求めなさい。



2 　太郎さんと花子さんは，中学生の体力について調べています。**<会話>**を読んで，(1)～(3)に答えなさい。

<会話>

太郎：私たちの中学校で実施している２年生の体力テストの結果を，５年ごとに比較してみよう。

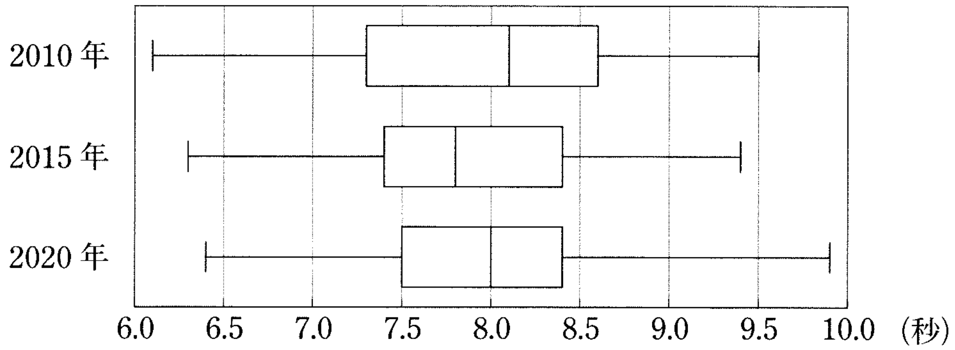
花子：(あ)<u>2010 年，2015 年，2020 年の 50 m 走のデータをもとに，箱ひげ図を作ってみた</u>よ。

太郎：箱ひげ図の箱で示された区間には，すべてのデータのうち，真ん中に集まる約 $\boxed{\text{(い)}}$ %のデータが含まれていたよね。箱ひげ図は，複数のデータの分布を比較しやすいね。

花子：(う)<u>2010 年，2015 年，2020 年の 50 m 走のデータをもとに，ヒストグラムも作ってみた</u>よ。

太郎：箱ひげ図とヒストグラムを並べると，データの分布をより詳しく比較できるね。次は，反復横とびのデータを比較してみようよ。

花子さんが作った箱ひげ図



(1)　下線部(あ)について，花子さんが作った箱ひげ図から読み取れることとして，次の①，②のことがらは，それぞれ正しいといえますか。**[選択肢]** の**ア**～**ウ**の中から最も適当なものをそれぞれ一つ答えなさい。

①　2015 年の第３四分位数は，2010 年の第３四分位数よりも小さい。

②　2020 年の平均値は 8.0 秒である。

[選択肢]

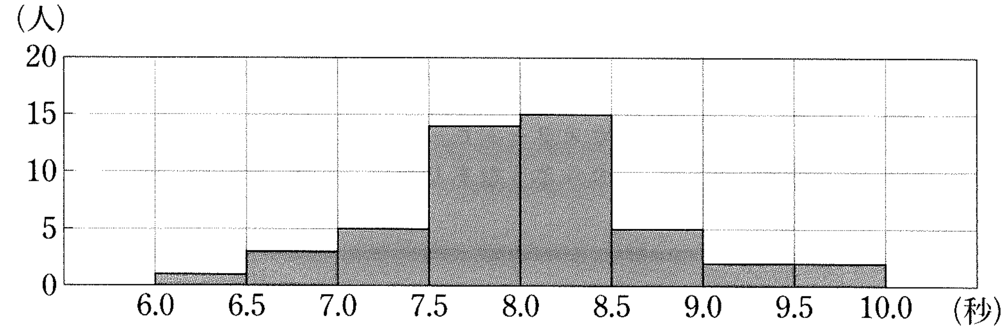
ア　正しい　　　　　**イ**　正しくない

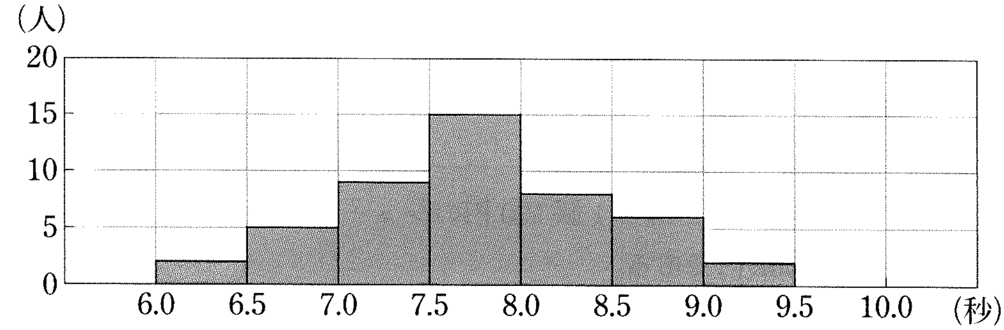
ウ　花子さんが作った箱ひげ図からはわからない

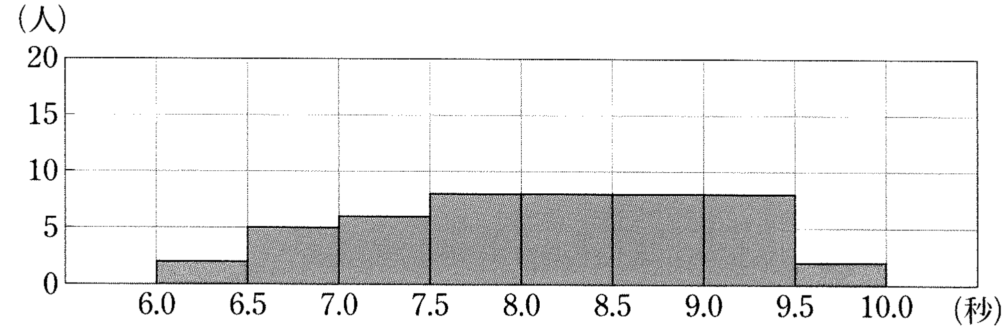
(2) $\boxed{\text{(い)}}$ に当てはまる数として最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア 25　　**イ** 50　　**ウ** 75　　**エ** 100

(3) 下線部(う)について，次の3つのヒストグラムは，花子さんが作った箱ひげ図の2010年，2015年，2020年のいずれかに対応しています。各年の箱ひげ図に対応するヒストグラムを，**ア**～**ウ**の中からそれぞれ一つ答えなさい。

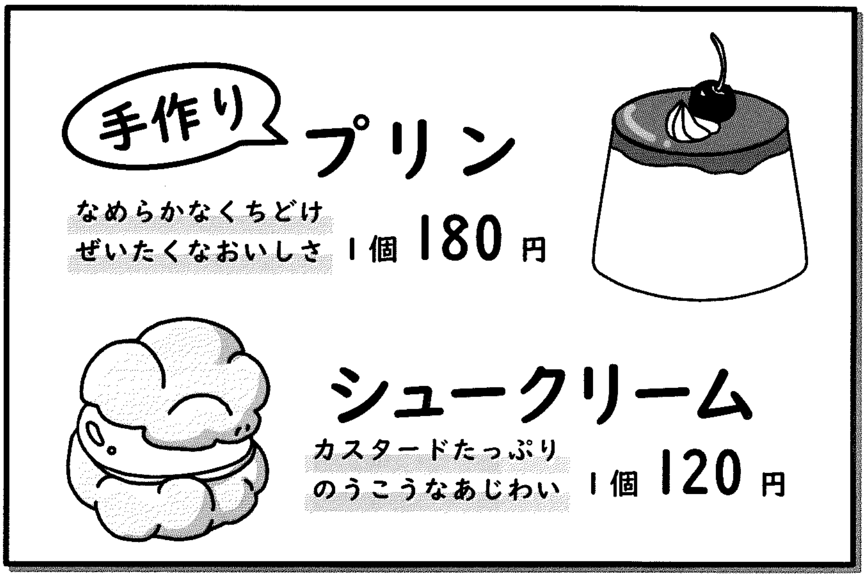
ア


イ


ウ


※ヒストグラムについて，例えば，6.0～6.5の区間は，6.0秒以上6.5秒未満の階級を表す。

3 　太郎さんは，ある洋菓子店で1500円分の洋菓子を買おうと考えています。(1)，(2)に答えなさい。ただし，消費税は考えないものとします。



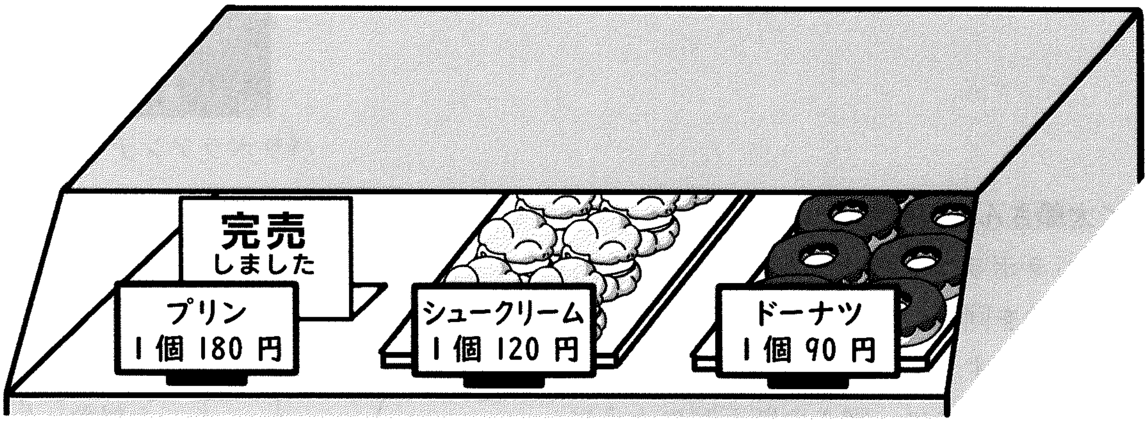
(1)　洋菓子店では，1500円すべてを使い切ると，1個180円のプリンと1個120円のシュークリームを合わせて9個買うことができます。①，②に答えなさい。

①　次の数量の間の関係を等式で表しなさい。

1個180円のプリンをx個と1個120円のシュークリームをy個買うときの代金の合計が1500円である。

②　プリンとシュークリームをそれぞれ何個買うことができるかを求めなさい。

(2) 太郎さんが洋菓子店に行くと，プリンが売り切れていたので，代わりに1個120円のシュークリームと1個90円のドーナツを，1500円すべてを使い切って買うことにしました。①，②に答えなさい。



① 太郎さんは，シュークリームとドーナツをそれぞれ何個か買い，代金の合計が1500円になる買い方について，次のように考えました。□には同じ数が入ります。□に適当な数を書きなさい。

<太郎さんの考え>

まず，次の数量の間の関係を等式で表します。

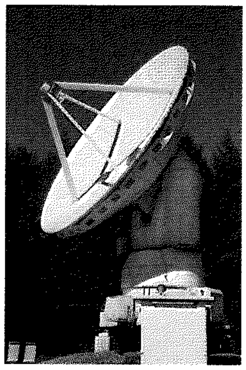
1個120円のシュークリームをa個と1個90円のドーナツをb個買うときの代金の合計が1500円である。

次に，この等式を満たすa，bがどちらも0以上の整数である場合を考えます。そのようなa，bの組は，全部で□組あります。

よって，シュークリームとドーナツをそれぞれ何個か買い，代金の合計が1500円になるような買い方は，全部で□通りあります。

② シュークリームとドーナツがどちらも8個ずつ残っているとき，それぞれ何個買うことができるかを求めなさい。

4　太郎さんは，パラボラアンテナに放物線の性質が利用されていることを知り，放物線について考えています。



パラボラアンテナの写真

<太郎さんが興味を持った性質>

パラボラアンテナの形は，放物線を，その軸を回転の軸として回転させてできる曲面です。

この曲面には，図１の断面図のように軸に平行に入ってきた光や電波を，ある１点に集めるという性質があります。

この点のことを 焦点 といいます。

また，光や電波がこの曲面で反射するとき，

入射角＝反射角

となります。

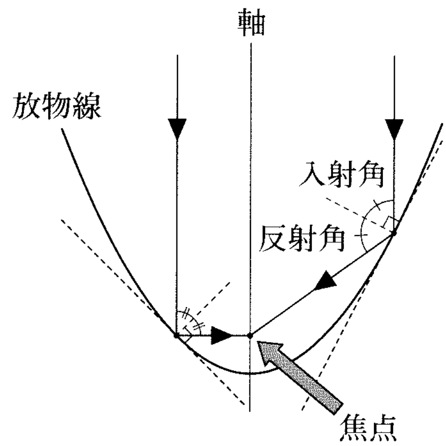


図１

このとき，図２のように，点Ｐや点Ｑを同時に通過した光や電波は，曲面上の点Ａや点Ｂで反射し，同時に焦点Ｆに到達します。光や電波の進む速さは一定なので，

ＰＡ＋ＡＦ＝ＱＢ＋ＢＦ

が成り立ちます。このことは，光や電波が，図２の破線上のどの位置を通過しても成り立ちます。

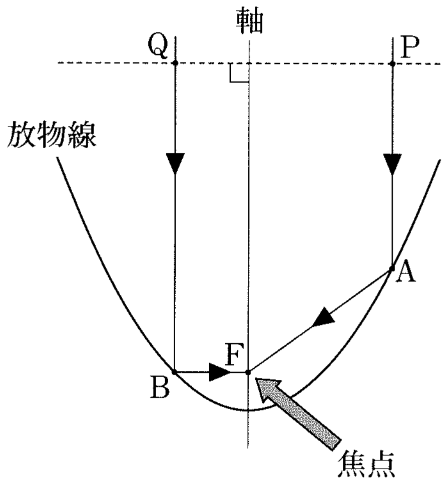


図２

図３は，**＜太郎さんが興味を持った性質＞**を座標平面上に表したものです。図３と**【図３の説明】**をもとに，(1)～(3)に答えなさい。

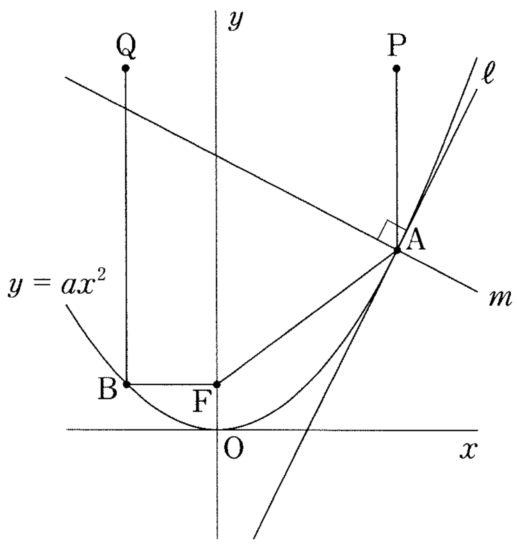


図３

【図３の説明】

- ２点Ａ，Ｂは関数 $y = ax^2$（a は定数）のグラフ上の点
- 点Ａの座標は（4，4）
- 点Ｂの x 座標は -2
- 点Ｆの座標は（0，1）
- 点Ｐの座標は（4，8）
- 点Ｑの座標は（-2，8）
- 直線 m は∠ＰＡＦの二等分線
- 直線 ℓ は点Ａを通り，直線 m と垂直に交わる直線
- 点Ｏは原点

(1) 関数 $y = ax^2$ について，①，②に答えなさい。

① a の値を求めなさい。

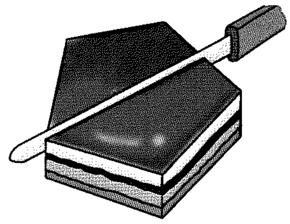
② x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 次の $\boxed{\qquad}$ には８より小さい同じ数が入ります。$\boxed{\qquad}$ に適当な数を書きなさい。

ＰＡ＋ＡＦの値は，点Ｐと点（４，$\boxed{\qquad}$）の間の距離と等しい。
ＱＢ＋ＢＦの値は，点Ｑと点（-2，$\boxed{\qquad}$）の間の距離と等しい。

(3) 直線 ℓ の方程式を求めなさい。

5 太郎さんは，正五角柱の形をしたケーキを４等分したいと考えています。**＜太郎さんの考え＞**を読み，(1)～(3)に答えなさい。



＜太郎さんの考え＞

図１の正五角形ＡＢＣＤＥは，ケーキを真上から見たときの模式図です。

ケーキを４等分するために，正五角形ＡＢＣＤＥの面積を４等分する線分を考えます。

はじめに，点Ａから辺ＣＤに垂線ＡＦをひくと，線分ＡＦは正五角形ＡＢＣＤＥの面積を２等分します。

次に，点Ｂを通り，四角形ＡＢＣＦの面積を２等分する直線を考えます。点Ｃを通り，直線ＢＦに平行な直線と，直線ＡＦとの交点をＰとします。このとき，△ＢＣＦの面積と $\boxed{\text{(あ)}}$ の面積が等しいから，四角形ＡＢＣＦの面積は $\boxed{\text{(い)}}$ の面積と等しくなります。したがって，$\boxed{\text{(う)}}$ を点Ｑとすると，線分ＢＱは四角形ＡＢＣＦの面積を２等分します。

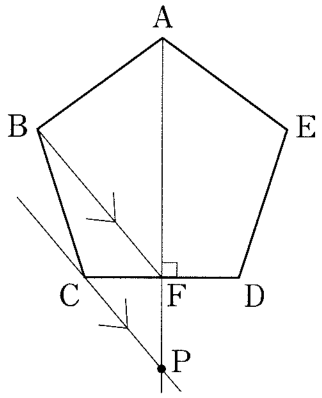


図１

同じように考えて，線分ＥＱは四角形ＡＥＤＦの面積を２等分します。

以上のことから，線分ＡＦ，線分ＢＱ，線分ＥＱにより，正五角形ＡＢＣＤＥの面積は４等分されます。

(1) $\boxed{\text{(あ)}}$，$\boxed{\text{(い)}}$ に当てはまるものとして最も適当なのは，**ア～カ**のうちではどれですか。それぞれ一つ答えなさい。

ア △ＣＰＦ　　**イ** △ＢＰＦ　　**ウ** △ＢＣＰ
エ △ＡＣＰ　　**オ** △ＡＢＰ　　**カ** 四角形ＢＣＰＦ

(2) $\boxed{\text{(う)}}$ に当てはまるものとして最も適当なのは，**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア 直線ＢＥと直線ＡＦとの交点　　**イ** 線分ＡＦの中点
ウ 線分ＡＰの中点　　**エ** 直線ＢＤと直線ＡＦとの交点

(3) 太郎さんは，下線部について，点Ｃを通り，直線ＢＦに平行な直線を**＜作図の手順＞**に従って作図し，作図した直線と直線ＢＦは平行であることを次のように説明しました。①，②に答えなさい。

＜作図の手順＞

手順１）点Ｃを中心として，線分ＢＦの長さと等しい半径の円Ｍをかく。
手順２）点Ｆを中心として，線分ＢＣの長さと等しい半径の円Ｎをかく。
手順３）図２のように，２つの円の交点の１つをＧとし，直線ＣＧをひく。

＜作図した直線と直線ＢＦは平行であることの説明＞

図２において，

△ＢＣＦ≡△ＧＦＣ

となり，

対応する角は等しいから，

∠ＢＦＣ＝∠ＧＣＦ

よって，［ (え) ］が等しいので，

ＢＦ//ＣＧ

となります。

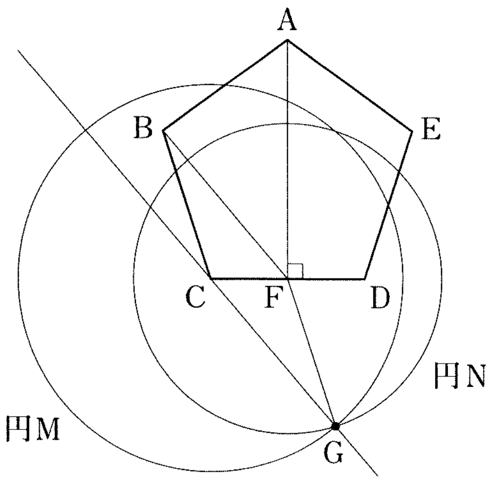


図２

① △ＢＣＦ≡△ＧＦＣを証明しなさい。

② ［ (え) ］に当てはまるものとして最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア 対頂角　　**イ** 同位角　　**ウ** 錯角　　**エ** 円周角