

受検番号	番
------	---

令和6年度学力検査問題

数 学

注 意

- 1 「始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 解答用紙は中にはさんであります。
- 3 「始め」の合図があったら、まず、受検番号を問題冊子および解答用紙の受検番号欄に記入しなさい。
- 4 問題は **1** ～ **6** で、1 ページから 6 ページまであります。
- 5 答えは、すべて解答用紙に記入しなさい。
答えは、特別に指示がない場合は最も簡単な形にしなさい。なお、計算の結果に $\sqrt{\quad}$ または π をふくむときは、近似値に直さないでそのまま答えなさい。
- 6 「やめ」の合図で、鉛筆を置きなさい。

問題

1 次の (1)～(10) に答えなさい。

(1) $3 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ を計算せよ。

(2) $\sqrt{48} + \frac{3}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

(3) 家から学校までの通学路の距離は 5 km ある。通学路の途中に本屋があり、家から本屋まで時速 3 km で歩くと a 時間かかる。このとき、本屋から学校までの距離を a を用いて表せ。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$ を解け。

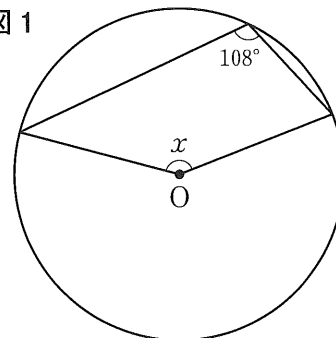
(5) 2 次方程式 $x^2 - 3x - 4 = 0$ を解け。

(6) ある高校の 1 クラスの生徒 40 人で、当たりくじつきのアイスを 1 人 1 本ずつ食べたところ、その中の 2 本が当たりだった。全校生徒 600 人で、このアイスを 1 人 1 本ずつ食べたとき、およそ何本が当たりであると考えられるか。

(7) $2024 = \frac{22 \times 23 \times 24}{\boxed{}}$ と表せる。 $\boxed{}$ に入る自然数を答えよ。

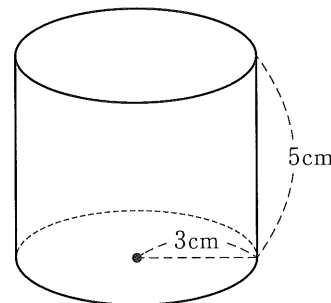
(8) 図 1 のような円 O において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

図 1



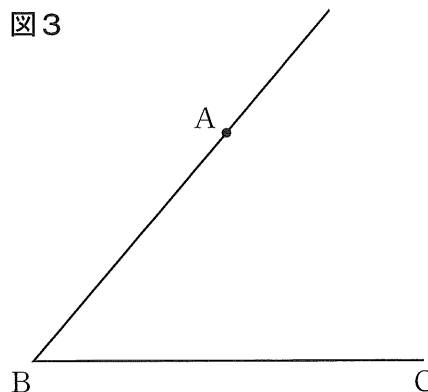
(9) 図 2 のような、底面の円の半径が 3 cm、高さが 5 cm の円柱の体積は何 cm^3 か。

図 2



(10) 図 3 において、 $\angle ABC$ の二等分線上にあって、点 A からの距離が最も短い点 P を定規とコンパスを用いて解答用紙の図 3 に作図して求め、その位置を点 ● で示せ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図 3



2

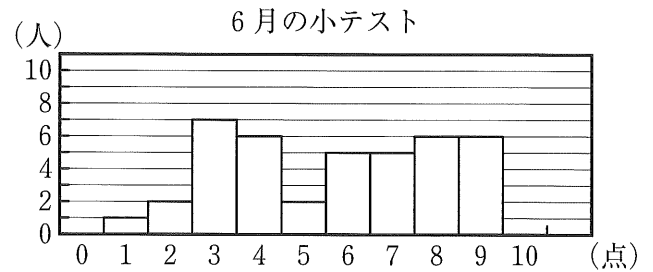
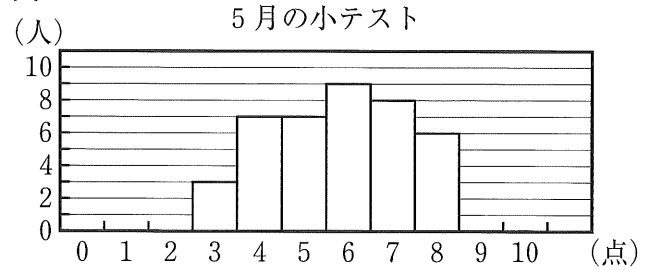
次の問いに答えなさい。

問1 図1は、ある中学校の1年生40人に対して、5月と6月に行った数学の10点満点の小テストの得点の結果をもとにそれぞれ作成したヒストグラムである。このとき、次の(1)～(3)に答えよ。

- (1) 5月の小テストで、得点が4点以下の生徒は何人か。
- (2) 5月の小テストの得点と6月の小テストの得点の散らばりの程度(散らばりのぐあい)はどちらが大きいのか、5月の小テストのヒストグラムと6月の小テストのヒストグラムから読み取れる数値を比較して説明せよ。
- (3) 次の①～④について、図1から読み取れることとして、必ず正しいと判断できるものを1つ選び、その番号を書け。

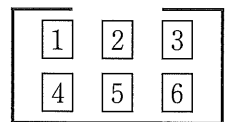
- ① 最頻値(モード)は、5月の小テストよりも6月の小テストの方が大きい。
- ② 中央値(メジアン)は、5月の小テストよりも6月の小テストの方が大きい。
- ③ 5月の小テストの得点が7点以上の生徒のうち、6人が6月の小テストで得点を伸ばした。
- ④ 5月の小テストの得点よりも6月の小テストの得点が低い生徒が7人以上いる。

図1



問2 図2のように、箱の中に1から6までの数字が1つずつ書かれたカードが6枚入っており、この箱の中からカードを取り出す。このとき、次の(1)、(2)に答えよ。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいとする。

図2



- (1) カードを1枚取り出し、取り出したカードに書かれた数字を確認してもとに戻す操作を行う。次の①～④について、正しいものを1つ選び、その番号を書け。
- ① この操作を5回行い、1の数字が書かれたカードを1回も取り出さなかったとき、もう1回この操作を行うと、必ず1の数字が書かれたカードを取り出す。
- ② この操作を60回行う。50回目までに1の数字が書かれたカードを1回も取り出さなかったとき、その後の10回の操作では、1の数字が書かれたカードを取り出しやすくなる。
- ③ この操作を6000回行くと、1の数字が書かれたカードを取り出す回数はおおよそ1000回である。
- ④ この操作の回数にかかわらず、1の数字が書かれたカードを取り出した回数を操作した回数で割ると、つねに $\frac{1}{6}$ になる。

- (2) カードを同時に2枚取り出す操作を1回行うとき、次の文中の(ア)、(イ)に適当な数を入れ、文を完成させよ。

「取り出した2枚のカードに書かれた数の和が3となる確率は(ア)であり、取り出した2枚のカードに書かれた数の和が(イ)となる確率は $\frac{1}{5}$ である。」

問3 図3は、ある月のカレンダーである。このカレンダーで、 $\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 9 \end{array}$ や $\begin{array}{|c|} \hline 13 \\ \hline 20 \end{array}$ のように、 $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \end{array}$ で囲まれた3つの数について「3つの数の和は3の倍数となる」ことを文字 n を使って証明せよ。ただし、証明は解答用紙の「3つの数の中で一番小さい数を n とすると、」に続けて完成させよ。

図3

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

- 3** 図1、図2のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に2点A、Bがあり、A、Bの x 座標はそれぞれ -1 、 2 である。原点を O として、次の問いに答えなさい。

問1 点Bの y 座標を求めよ。

問2 関数 $y = x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよ。

問3 直線ABの式を求めよ。

問4 図2のように、 x 軸上に点 $P(t, 0)$ をとる。点 P を通り、 y 軸に平行な直線を ℓ とし、直線 ℓ と直線ABの交点を Q 、直線 ℓ と $y = x^2$ のグラフの交点を R とする。このとき、次の(1)、(2)に答えよ。ただし、 $0 < t < 2$ とする。

- (1) 線分QRの長さを t を用いて表せ。
- (2) 線分PRの長さが線分QRの長さの2倍となるとき、 t の値を求めよ。

図1

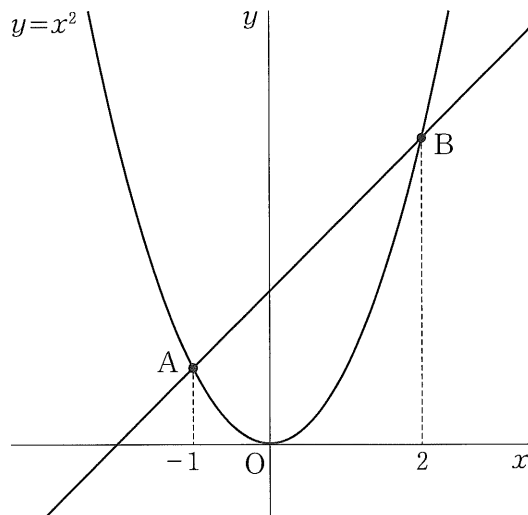
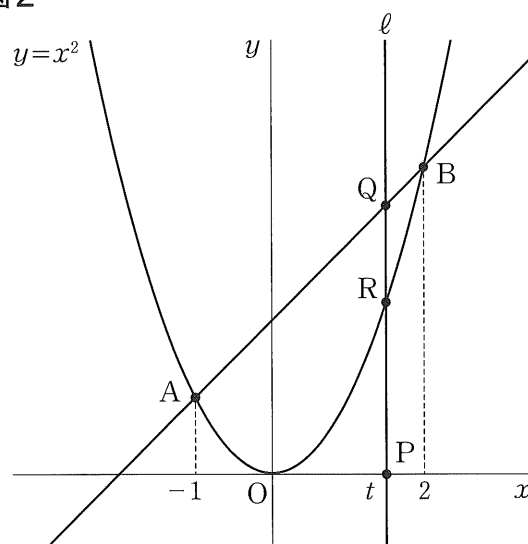


図2



- 4 図1～図3のように、 $AD = BD = CD = 4\text{ cm}$ 、 $\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$ である三角錐^{すい}ABCDがある。辺ACの中点をEとし、辺CD上を動く点をFとする。このとき、次の問いに答えなさい。

問1 辺ACの長さは何cmか。

問2 図2のように、点Fが辺CDの中点となるときの、次の(1)、(2)に答えよ。

- (1) $\triangle BCF$ の面積は何 cm^2 か。
- (2) 三角錐EBCFの体積は何 cm^3 か。

問3 図3において、2つの線分BF、FEの長さの和 $BF + FE$ が最小となるときの、 $BF + FE$ の長さは何cmか。

図1

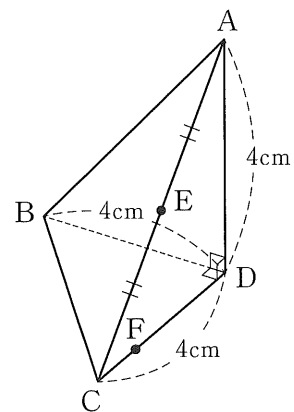


図2

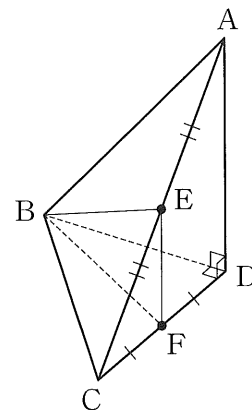
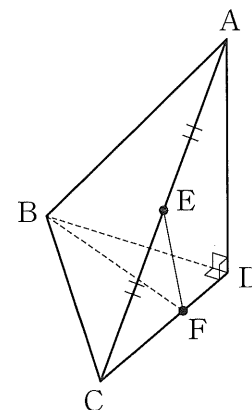


図3



- 5 図1～図3のように、 $\angle ABC = \angle ACB$ である鈍角三角形 ABC がある。辺 BC 上に $\angle BAC = \angle ADB$ となる点 D をとると、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ となる。BD = 3 cm、CD = 5 cm とするとき、次の問いに答えなさい。

問1 線分 AD の長さは何 cm か。

問2 辺 AB の長さは何 cm か。

問3 図2のように、辺 AB 上に $\angle ADB = \angle DEA$ となる点 E をとる。このとき、次の(1)～(3)に答えよ。

- (1) $\triangle CAD \sim \triangle BDE$ であることを次のように証明した。 $\square(\text{ア}) \sim \square(\text{ウ})$ にあてはまる内容を書き入れて、証明を完成させよ。ただし、同じ記号には同じ内容が入る。

(証明)

$\triangle CAD$ と $\triangle BDE$ において

仮定より $\angle ABC = \angle ACB$ であるので、 $\angle DCA = \angle EBD \cdots \text{①}$

仮定より $\angle ADB = \angle DEA \cdots \text{②}$

また $\angle CDA = \square(\text{ア})^\circ - \angle ADB \cdots \text{③}$

また $\angle \square(\text{イ}) = \square(\text{ア})^\circ - \angle DEA \cdots \text{④}$

②、③、④より、 $\angle CDA = \angle \square(\text{イ}) \cdots \text{⑤}$

①、⑤より、 $\square(\text{ウ})$ がそれぞれ等しいから

$\triangle CAD \sim \triangle BDE$

- (2) 線分 AE の長さと線分 EB の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

- (3) 図3のように、線分 CE と線分 AD の交点を F とする。 $\triangle ACF$ の面積と四角形 BDFE の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

図1

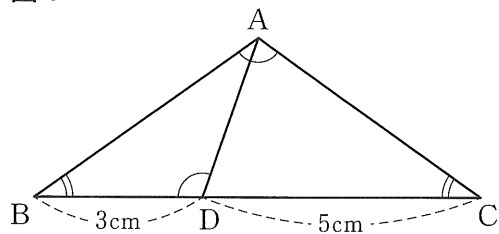


図2

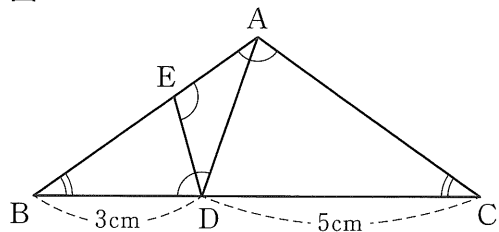
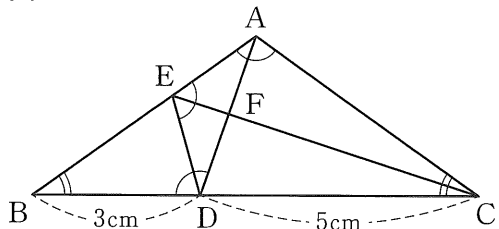
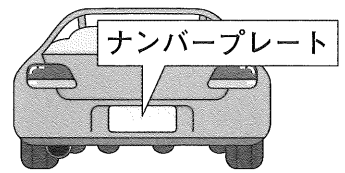


図3



6

学さんと学さんのお姉さんは、車のナンバープレートを見て数遊びをしている。2人の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。



姉：4つの数が表示されているナンバープレートだけに注目してみよう。図1のように、ナンバープレートに表示されている4つの数を左から順に書き並べて、それを1段目とするね。次に、1段目の隣り合う数の差を2段目に書くことにするよ。ただし、差は0以上とするね。これを続けると、4段目の数はどんな数になるかな。例えば、ナンバープレートの表示が22-64だと、4つの数2、2、6、4を1段目に並べ、2と2の差が0、2と6の差が4、6と4の差が2だから、2段目は0、4、2が並ぶよ。これを続けると、4段目の数は2となるね。図2のように、ナンバープレートの表示が89-10だと、4段目の数は(ア)となるよ。

学：なるほど。22-64を2264というように、ナンバープレートの4つの数を1000以上9999以下の自然数と考えて、1段目にその自然数の各位の数を左から順に書き並べて、4段目の数を調べるということだね。

姉：そうだね。では、最初にすべての4けたの自然数について、4段目の数を調べたら、4段目の数は、2や(ア)を含めて何通りあるかな。

学：うん。調べてみるね。

(数分後)

学：すべての場合を調べなくても、1000や2000などの自然数をいくつか調べれば、4段目の数は(イ)通りあることが分かるよ。

姉：そうだね。それでは、5012や3486といった各位の数が異なる4けたの自然数の場合も、4段目の数は(イ)通りあるかな。

学：少し考えさせて。

(数分後)

学：4段目の数は(ウ)にはならないので、(イ)通りはないね。

姉：よくわかったね。それでは、最後に1234や2310や5746といった連続する4つの整数を並べかえてできる4けたの自然数で、4段目の数が奇数になるものがあるか考えてみよう。私が今まで調べた中では、見つけれなかったんだよね。でも、すべての場合を調べたわけではないから、4段目の数が奇数になるものがないとは言い切れないんだけど、どのように考えたらいいかな。

学：わかった。考えてみるね。

(数分後)

学：4段目から考えたらどうかな。4段目の数が奇数となるためには、3段目の2つの数は、偶数と奇数でなければならないね。偶数と偶数、奇数と奇数では、差は偶数となり、奇数にならないからね。

姉：なるほど。そうやって次は2段目、1段目と考えていけば、連続する4つの整数を並べかえてできる4けたの自然数で、4段目の数が奇数になるものはないことが説明できそうだね。

図1

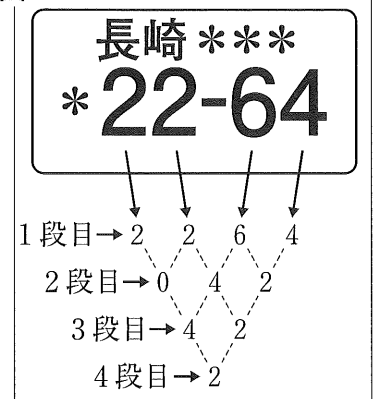
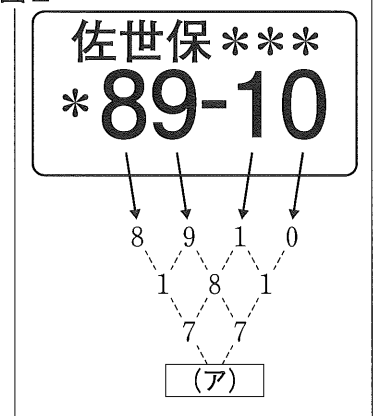


図2



問1 (ア) ~ (ウ) にあてはまる数を答えよ。ただし、同じ記号には同じ数が入る。

問2 下線部で示した内容が正しいことを説明せよ。ただし、説明は解答用紙の「奇数を○、偶数を×とすると、4段目が○(奇数)となるためには、3段目は、○×か、×○でなければならない。」に続けて完成させよ。

