

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

㊦

# 数 学

①

〔数学Ⅰ

〕

( 100 点  
70 分 )

## I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

| 出 題 科 目     | ペ ー ジ | 選 択 方 法                       |
|-------------|-------|-------------------------------|
| 数 学 Ⅰ       | 4～34  | 左の2科目のうちから1科目を選択し、<br>解答しなさい。 |
| 数 学 Ⅰ・数 学 A | 35～59 |                               |

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
  - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
  - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
  - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

## II 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

## Ⅱ 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**， **イウ** などには、符号(－，±)又は数字(0～9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に－83と答えたいとき

|   |                                  |   |   |   |   |                                  |   |   |   |   |                                  |   |
|---|----------------------------------|---|---|---|---|----------------------------------|---|---|---|---|----------------------------------|---|
| ア | <input checked="" type="radio"/> | ± | 0 | 1 | 2 | 3                                | 4 | 5 | 6 | 7 | 8                                | 9 |
| イ | －                                | ± | 0 | 1 | 2 | 3                                | 4 | 5 | 6 | 7 | <input checked="" type="radio"/> | 9 |
| ウ | －                                | ± | 0 | 1 | 2 | <input checked="" type="radio"/> | 4 | 5 | 6 | 7 | 8                                | 9 |

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしなさい。

例えば、**キ**・**クケ** に2.5と答えたいときは、2.50として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$  に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば  $\frac{\text{シ} + \text{ス}\sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$  に  $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$  と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはいけません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された **タ** などには、選択肢から一つを選んで、答えなさい。

- 8 同一の問題文中に **チツ**， **テ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**チツ**， **テ** のように細字で表記します。





# 数 学 I

(全 問 必 答)

## 第 1 問 (配点 20)

〔1〕 実数  $a, b, c$  が

$$a + b + c = 1 \quad \dots\dots\dots ①$$

および

$$a^2 + b^2 + c^2 = 13 \quad \dots\dots\dots ②$$

を満たしているとする。

(1)  $(a + b + c)^2$  を展開した式において、① と ② を用いると

$$ab + bc + ca = \boxed{\text{アイ}}$$

であることがわかる。よって

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(2)  $a - b = 2\sqrt{5}$  の場合に,  $(a - b)(b - c)(c - a)$  の値を求めてみよう。

$b - c = x$ ,  $c - a = y$  とおくと

$$x + y = \boxed{\text{オカ}} \sqrt{5}$$

である。また, (1) の計算から

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{キク}}$$

が成り立つ。

これらより

$$(a - b)(b - c)(c - a) = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{5}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- 〔2〕 太郎さんと花子さんは、次の**命題 A**が真であることを証明しようとしている。

**命題 A**  $p, q, r, s$  を実数とする。  $pq = 2(r + s)$  ならば、二つの 2 次関数  $y = x^2 + px + r$ ,  $y = x^2 + qx + s$  のグラフのうち、少なくとも一方は  $x$  軸と共有点をもつ。

太郎： **命題 A** は、グラフと  $x$  軸との共有点についての命題だね。

花子：  $y = 0$  とおいた 2 次方程式の解の問題として **命題 A** を考えてみてはどうか。

2 次方程式  $x^2 + px + r = 0$  に解の公式を適用すると

$$x = \frac{-p \pm \sqrt{p^{\boxed{\text{コ}}} - \boxed{\text{サ}} r}}{\boxed{\text{シ}}}$$

となる。ここで、 $D_1$  を

$$D_1 = p^{\boxed{\text{コ}}} - \boxed{\text{サ}} r$$

とおく。同様に、2 次方程式  $x^2 + qx + s = 0$  に対して、 $D_2$  を

$$D_2 = q^{\boxed{\text{コ}}} - \boxed{\text{サ}} s$$

とおく。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

## 数学 I

$y = x^2 + px + r$ ,  $y = x^2 + qx + s$  のグラフのうち、少なくとも一方が  $x$  軸と共有点をもつための必要十分条件は、 である。つまり、命題 A の代わりに、次の命題 B を証明すればよい。

**命題 B**  $p, q, r, s$  を実数とする。 $pq = 2(r + s)$  ならば、 が成り立つ。

太郎： $D_1$  と  $D_2$  を用いて、命題 B をどうやって証明したらいいかな。

花子：結論を否定して、背理法を用いて証明したらどうか。

背理法を用いて証明するには、 が成り立たない、すなわち

が成り立つと仮定して矛盾を導けばよい。

,  の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

①  $D_1 < 0$  かつ  $D_2 < 0$

①  $D_1 < 0$  かつ  $D_2 \geq 0$

②  $D_1 \geq 0$  かつ  $D_2 < 0$

③  $D_1 \geq 0$  かつ  $D_2 \geq 0$

④  $D_1 > 0$  かつ  $D_2 > 0$

⑤  $D_1 < 0$  または  $D_2 < 0$

⑥  $D_1 < 0$  または  $D_2 \geq 0$

⑦  $D_1 \geq 0$  または  $D_2 < 0$

⑧  $D_1 \geq 0$  または  $D_2 \geq 0$

⑨  $D_1 > 0$  または  $D_2 > 0$

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

# 数学 I

が成り立つならば

$$D_1 + D_2 \text{  } 0$$

が得られる。

一方,  $pq = 2(r + s)$  を用いると

$$D_1 + D_2 = \text{}$$

が得られるので

$$D_1 + D_2 \text{  } 0$$

となるが, これは  $D_1 + D_2 \text{  } 0$  に矛盾する。したがって,  は成り立たない。よって, 命題 B は真である。

,  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| ① = | ② < | ③ > | ④ ≥ |
|-----|-----|-----|-----|

の解答群

|                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| ① $p^2 + q^2 + 2pq$ | ② $p^2 + q^2 - 2pq$ | ③ $p^2 + q^2 + 3pq$ |
| ④ $p^2 + q^2 - 3pq$ | ⑤ $p^2 + q^2 + 4pq$ | ⑥ $p^2 + q^2 - 4pq$ |
| ⑦ $p^2 + q^2$       | ⑧ $pq$              | ⑨ $2pq$             |

(下 書 き 用 紙)

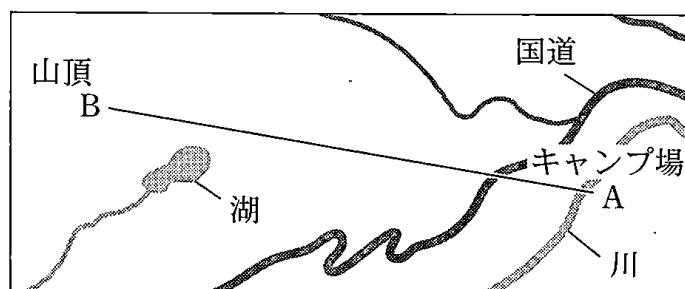
数学 I の試験問題は次に続く。

## 数学 I

### 第 2 問 (配点 30)

- 〔1〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 13 ページの三角比の表を用いてもよい。

太郎さんと花子さんは，キャンプ場のガイドブックにある地図を見ながら，後のように話している。



参考図

太郎：キャンプ場の地点 A から山頂 B を見上げる角度はどれくらいかな。

花子：地図アプリを使って，地点 A と山頂 B を含む断面図を調べたら，図 1 のようになったよ。点 C は，山頂 B から地点 A を通る水平面に下ろした垂線とその水平面との交点のことだよ。

太郎：図 1 の角度  $\theta$  は，AC，BC の長さを定規で測って，三角比の表を用いて調べたら  $16^\circ$  だったよ。

花子：本当に  $16^\circ$  なの？ 図 1 の鉛直方向の縮尺と水平方向の縮尺は等しいのかな？

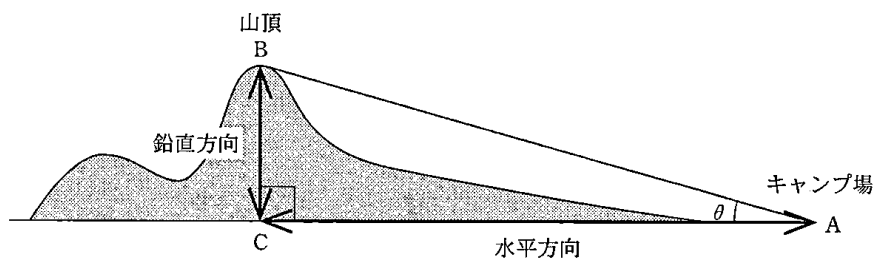


図 1

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

## 数学 I

図 1 の  $\theta$  はちょうど  $16^\circ$  であったとする。しかし、図 1 の縮尺は、水平方向が  $\frac{1}{100000}$  であるのに対して、鉛直方向は  $\frac{1}{25000}$  であった。

実際にキャンプ場の地点 A から山頂 B を見上げる角である  $\angle BAC$  を考えると、 $\tan \angle BAC$  は ア・イウエ となる。したがって、 $\angle BAC$  の大きさは オ。ただし、目の高さは無視して考えるものとする。

オ の解答群

- ①  $3^\circ$  より大きく  $4^\circ$  より小さい
- ② ちょうど  $4^\circ$  である
- ③  $4^\circ$  より大きく  $5^\circ$  より小さい
- ④ ちょうど  $16^\circ$  である
- ⑤  $48^\circ$  より大きく  $49^\circ$  より小さい
- ⑥ ちょうど  $49^\circ$  である
- ⑦  $49^\circ$  より大きく  $50^\circ$  より小さい
- ⑧  $63^\circ$  より大きく  $64^\circ$  より小さい
- ⑨ ちょうど  $64^\circ$  である
- ⑩  $64^\circ$  より大きく  $65^\circ$  より小さい

(数学 I 第 2 問は 13 ページに続く。)

## 数学 I

(下 書 き 用 紙)

数学 I の試験問題は次に続く。

三角比の表

| 角   | 正弦(sin) | 余弦(cos) | 正接(tan) | 角   | 正弦(sin) | 余弦(cos) | 正接(tan) |
|-----|---------|---------|---------|-----|---------|---------|---------|
| 0°  | 0.0000  | 1.0000  | 0.0000  | 45° | 0.7071  | 0.7071  | 1.0000  |
| 1°  | 0.0175  | 0.9998  | 0.0175  | 46° | 0.7193  | 0.6947  | 1.0355  |
| 2°  | 0.0349  | 0.9994  | 0.0349  | 47° | 0.7314  | 0.6820  | 1.0724  |
| 3°  | 0.0523  | 0.9986  | 0.0524  | 48° | 0.7431  | 0.6691  | 1.1106  |
| 4°  | 0.0698  | 0.9976  | 0.0699  | 49° | 0.7547  | 0.6561  | 1.1504  |
| 5°  | 0.0872  | 0.9962  | 0.0875  | 50° | 0.7660  | 0.6428  | 1.1918  |
| 6°  | 0.1045  | 0.9945  | 0.1051  | 51° | 0.7771  | 0.6293  | 1.2349  |
| 7°  | 0.1219  | 0.9925  | 0.1228  | 52° | 0.7880  | 0.6157  | 1.2799  |
| 8°  | 0.1392  | 0.9903  | 0.1405  | 53° | 0.7986  | 0.6018  | 1.3270  |
| 9°  | 0.1564  | 0.9877  | 0.1584  | 54° | 0.8090  | 0.5878  | 1.3764  |
| 10° | 0.1736  | 0.9848  | 0.1763  | 55° | 0.8192  | 0.5736  | 1.4281  |
| 11° | 0.1908  | 0.9816  | 0.1944  | 56° | 0.8290  | 0.5592  | 1.4826  |
| 12° | 0.2079  | 0.9781  | 0.2126  | 57° | 0.8387  | 0.5446  | 1.5399  |
| 13° | 0.2250  | 0.9744  | 0.2309  | 58° | 0.8480  | 0.5299  | 1.6003  |
| 14° | 0.2419  | 0.9703  | 0.2493  | 59° | 0.8572  | 0.5150  | 1.6643  |
| 15° | 0.2588  | 0.9659  | 0.2679  | 60° | 0.8660  | 0.5000  | 1.7321  |
| 16° | 0.2756  | 0.9613  | 0.2867  | 61° | 0.8746  | 0.4848  | 1.8040  |
| 17° | 0.2924  | 0.9563  | 0.3057  | 62° | 0.8829  | 0.4695  | 1.8807  |
| 18° | 0.3090  | 0.9511  | 0.3249  | 63° | 0.8910  | 0.4540  | 1.9626  |
| 19° | 0.3256  | 0.9455  | 0.3443  | 64° | 0.8988  | 0.4384  | 2.0503  |
| 20° | 0.3420  | 0.9397  | 0.3640  | 65° | 0.9063  | 0.4226  | 2.1445  |
| 21° | 0.3584  | 0.9336  | 0.3839  | 66° | 0.9135  | 0.4067  | 2.2460  |
| 22° | 0.3746  | 0.9272  | 0.4040  | 67° | 0.9205  | 0.3907  | 2.3559  |
| 23° | 0.3907  | 0.9205  | 0.4245  | 68° | 0.9272  | 0.3746  | 2.4751  |
| 24° | 0.4067  | 0.9135  | 0.4452  | 69° | 0.9336  | 0.3584  | 2.6051  |
| 25° | 0.4226  | 0.9063  | 0.4663  | 70° | 0.9397  | 0.3420  | 2.7475  |
| 26° | 0.4384  | 0.8988  | 0.4877  | 71° | 0.9455  | 0.3256  | 2.9042  |
| 27° | 0.4540  | 0.8910  | 0.5095  | 72° | 0.9511  | 0.3090  | 3.0777  |
| 28° | 0.4695  | 0.8829  | 0.5317  | 73° | 0.9563  | 0.2924  | 3.2709  |
| 29° | 0.4848  | 0.8746  | 0.5543  | 74° | 0.9613  | 0.2756  | 3.4874  |
| 30° | 0.5000  | 0.8660  | 0.5774  | 75° | 0.9659  | 0.2588  | 3.7321  |
| 31° | 0.5150  | 0.8572  | 0.6009  | 76° | 0.9703  | 0.2419  | 4.0108  |
| 32° | 0.5299  | 0.8480  | 0.6249  | 77° | 0.9744  | 0.2250  | 4.3315  |
| 33° | 0.5446  | 0.8387  | 0.6494  | 78° | 0.9781  | 0.2079  | 4.7046  |
| 34° | 0.5592  | 0.8290  | 0.6745  | 79° | 0.9816  | 0.1908  | 5.1446  |
| 35° | 0.5736  | 0.8192  | 0.7002  | 80° | 0.9848  | 0.1736  | 5.6713  |
| 36° | 0.5878  | 0.8090  | 0.7265  | 81° | 0.9877  | 0.1564  | 6.3138  |
| 37° | 0.6018  | 0.7986  | 0.7536  | 82° | 0.9903  | 0.1392  | 7.1154  |
| 38° | 0.6157  | 0.7880  | 0.7813  | 83° | 0.9925  | 0.1219  | 8.1443  |
| 39° | 0.6293  | 0.7771  | 0.8098  | 84° | 0.9945  | 0.1045  | 9.5144  |
| 40° | 0.6428  | 0.7660  | 0.8391  | 85° | 0.9962  | 0.0872  | 11.4301 |
| 41° | 0.6561  | 0.7547  | 0.8693  | 86° | 0.9976  | 0.0698  | 14.3007 |
| 42° | 0.6691  | 0.7431  | 0.9004  | 87° | 0.9986  | 0.0523  | 19.0811 |
| 43° | 0.6820  | 0.7314  | 0.9325  | 88° | 0.9994  | 0.0349  | 28.6363 |
| 44° | 0.6947  | 0.7193  | 0.9657  | 89° | 0.9998  | 0.0175  | 57.2900 |
| 45° | 0.7071  | 0.7071  | 1.0000  | 90° | 1.0000  | 0.0000  | —       |

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

## 数学 I

〔2〕 外接円の半径が 3 である  $\triangle ABC$  を考える。

(1)  $\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $AC : BC = \sqrt{3} : 2$  とする。このとき

$$\sin \angle ACB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

$$AB = \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}, \quad AC = \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 点 A から直線 BC に引いた垂線と直線 BC との交点を D とする。

(i)  $AB = 5$ ,  $AC = 4$  とする。このとき

$$\sin \angle ABC = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \quad AD = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(ii) 2 辺 AB, AC の長さの間に  $2AB + AC = 14$  の関係があるとする。

このとき, AB の長さのとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{チ}} \leq AB \leq \boxed{\text{ツ}} \text{ であり}$$

$$AD = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}} AB^2 + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} AB$$

と表せるので, AD の長さの最大値は  $\boxed{\text{ネ}}$  である。  $AD = \boxed{\text{ネ}}$

のとき,  $\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$  である。

# 数学 I

## 第 3 問 (配点 30)

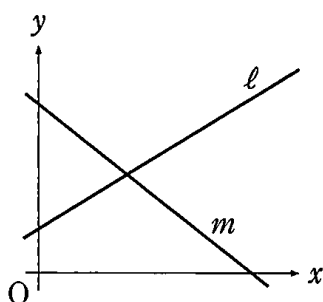
- [1]  $a, b, c, d$  を実数とし,  $a \neq 0, c \neq 0$  とする。  $x$  の 1 次式の積で表される 2 次関数

$$y = (ax + b)(cx + d)$$

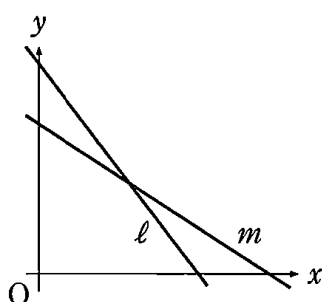
の最大値や最小値について, 二つの直線  $\ell: y = ax + b$  と  $m: y = cx + d$  の関係に着目して考える。

$\ell$  と  $m$  の関係として, 次の ㉔~㉞ の場合について考える。

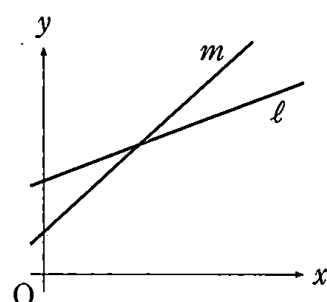
㉔  $a > 0, c < 0$



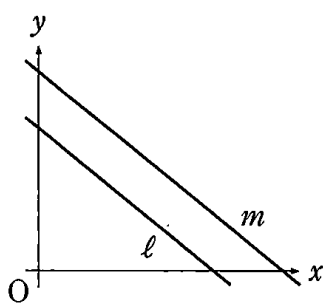
㉕  $a < c < 0$



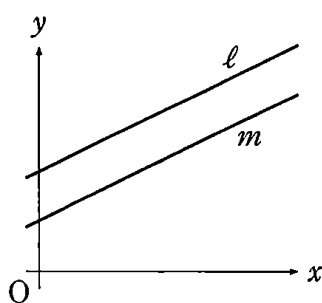
㉖  $0 < a < c$



㉗  $a = c < 0$



㉘  $a = c > 0$



$\ell$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を  $s$ ,  $m$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を  $t$  とする。  
㉔~㉘ のすべてにおいて,  $s < t$  であり,  $\ell, m$  は  $y$  軸と  $y > 0$  の部分で交わるものとする。また, ㉔~㉖ では  $\ell$  と  $m$  の交点の  $x$  座標と  $y$  座標はともに正であるとする。

以下,  $x$  のとり得る値の範囲は実数全体とする。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(1)  $s, t$  が具体的な値である場合を考える。

(i) ㉔について考える。 $s = -1, t = 5$  であるとき,

$y = (ax + b)(cx + d)$  は,  $x =$   で  をとる。

(ii) ㉕について考える。 $s = 6, t = 8$  であるとき,

$y = (ax + b)(cx + d)$  は,  $x =$   で  をとる。

,  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

㉔ 最大値

㉕ 最小値

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (2)  $s = -1$  のときの ㊸ について考える。 $y = (ax + b)(cx + d)$  が イ を  $0 < x < 10$  の範囲でとるような  $t$  の値の範囲は

$$\text{オ} < t < \text{カキ}$$

である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(3)  $y = (ax + b)(cx + d)$  について、次のことが成り立つ。

•  $y$  の最大値があるのは ク。

•  $y$  の最小値があり、その値が 0 以上になるのは ケ。

•  $y$  の最小値があり、その値を  $x > 0$  の範囲でとるのは コ。

ク ~ コ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① ㉔のみである
- ② ㉔と㉕のみである
- ③ ㉔と㉖のみである
- ④ ㉕と㉖のみである
- ⑤ ㉔, ㉔, ㉖のみである
- ⑥ ㉔, ㉕, ㉖のみである
- ⑦ ㉔~㉖のうちにはない

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

## 数学 I

〔2〕  $p, q$  を実数とする。

花子さんと太郎さんは、次の二つの 2 次方程式について考えている。

$$x^2 + px + q = 0 \quad \dots\dots\dots ①$$

$$x^2 + qx + p = 0 \quad \dots\dots\dots ②$$

① または ② を満たす実数  $x$  の個数を  $n$  とおく。

(1)  $p = 4, q = -4$  のとき,  $n =$  サ である。

また,  $p = 1, q = -2$  のとき,  $n =$  シ である。

(2)  $p = -6$  のとき,  $n = 3$  になる場合を考える。

花子：例えば、① と ② をともに満たす実数  $x$  があるときは  $n = 3$  になりそうだね。

太郎：それを  $a$  としたら、 $a^2 - 6a + q = 0$  と  $a^2 + qa - 6 = 0$  が成り立つよ。

花子：なるほど。それならば、 $a^2$  を消去すれば、 $a$  の値が求められそうだね。

太郎：確かに  $a$  の値が求まるけど、実際に  $n = 3$  となっているかどうかの確認が必要だね。

花子：これ以外にも  $n = 3$  となる場合がありそうだね。

$n = 3$  となる  $q$  の値は

$q =$  ス, セ

である。ただし、ス < セ とする。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (3) 花子さんと太郎さんは、グラフ表示ソフトを用いて、①、②の左辺を  $y$  とおいた 2 次関数  $y = x^2 + px + q$  と  $y = x^2 + qx + p$  のグラフの動きを考えている。



(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

# 数学 I

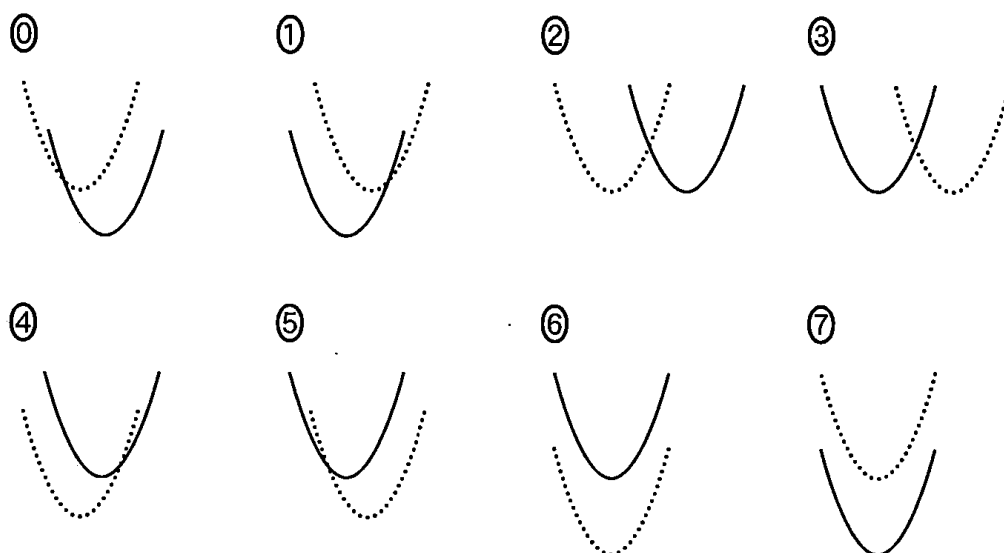
$p = -6$  に固定したまま,  $q$  の値だけを変化させる。

$$y = x^2 - 6x + q \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

$$y = x^2 + qx - 6 \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

の二つのグラフについて,  $q = 1$  のときのグラフを点線で,  $q$  の値を 1 から増加させたときのグラフを実線でそれぞれ表す。このとき, ③のグラフの移動の様子を示すと ソ となり, ④のグラフの移動の様子を示すと タ となる。

ソ, タ については, 最も適当なものを, 次の①～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。なお,  $x$  軸と  $y$  軸は省略しているが,  $x$  軸は右方向,  $y$  軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

- (4)   $< q <$   とする。全体集合  $U$  を実数全体の集合とし、  
 $U$  の部分集合  $A, B$  を

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + q < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + qx - 6 < 0\}$$

とする。 $U$  の部分集合  $X$  に対し、 $X$  の補集合を  $\bar{X}$  と表す。このとき、次のことが成り立つ。

•  $x \in A$  は、 $x \in B$  であるための 。

•  $x \in B$  は、 $x \in \bar{A}$  であるための 。

,  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない  
 ② 十分条件であるが、必要条件ではない  
 ③ 必要十分条件である  
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

## 数学 I

### 第 4 問 (配点 20)

日本国外における日本語教育の状況を調べるために、独立行政法人国際交流基金では「海外日本語教育機関調査」を実施しており、各国における教育機関数、教員数、学習者数が調べられている。2018 年度において学習者数が 5000 人以上の国と地域(以下、国)は 29 か国であった。これら 29 か国について、2009 年度と 2018 年度のデータが得られている。

- (1) 各国において、学習者数を教員数で割ることにより、国ごとの「教員 1 人あたりの学習者数」を算出することができる。図 1 と図 2 は、2009 年度および 2018 年度における「教員 1 人あたりの学習者数」のヒストグラムである。これら二つのヒストグラムから、9 年間の変化に関して、後のことが読み取れる。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

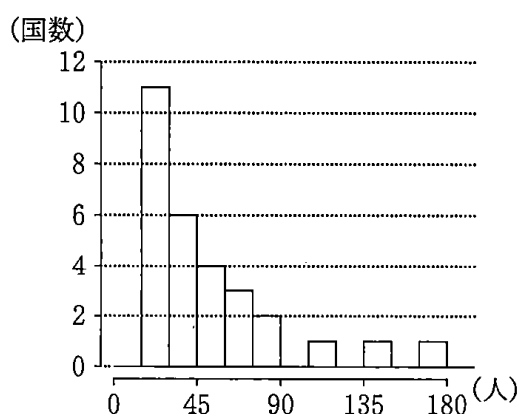


図 1 2009 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

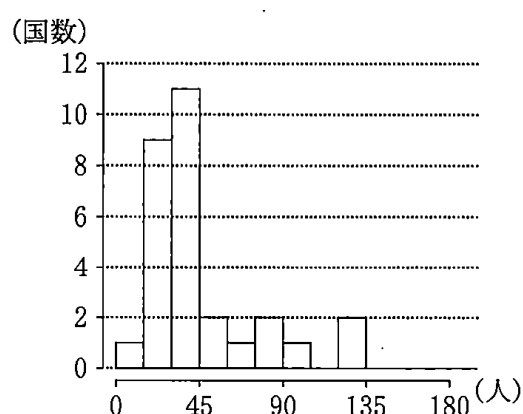


図 2 2018 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

- 2009 年度と 2018 年度の中央値が含まれる階級の階級値を比較すると、  
ア。
- 2009 年度と 2018 年度の第 1 四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると、  
イ。
- 2009 年度と 2018 年度の第 3 四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると、  
ウ。
- 2009 年度と 2018 年度の範囲を比較すると、エ。
- 2009 年度と 2018 年度の四分位範囲を比較すると、オ。

ア ～ オ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 2018 年度の方が小さい
- ② 2018 年度の方が大きい
- ③ 両者は等しい
- ④ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (2) 各国において、学習者数を教育機関数で割ることにより、「教育機関 1 機関あたりの学習者数」も算出した。図 3 は、2009 年度における「教育機関 1 機関あたりの学習者数」の箱ひげ図である。

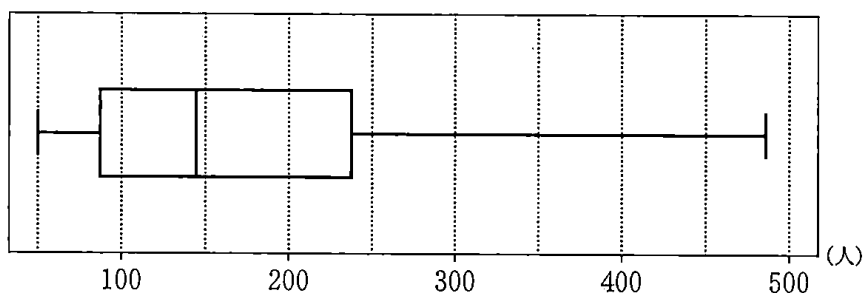


図 3 2009 年度における教育機関 1 機関あたりの学習者数の箱ひげ図

(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

2009 年度について、「教育機関 1 機関あたりの学習者数」(横軸)と「教員 1 人あたりの学習者数」(縦軸)の散布図は **力** である。ここで、2009 年度における「教員 1 人あたりの学習者数」のヒストグラムである (1) の図 1 を、図 4 として再掲しておく。

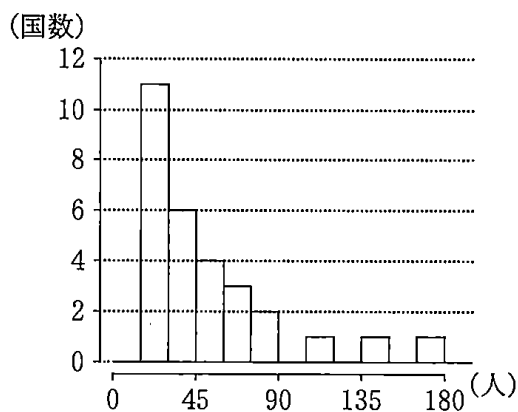


図 4 2009 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

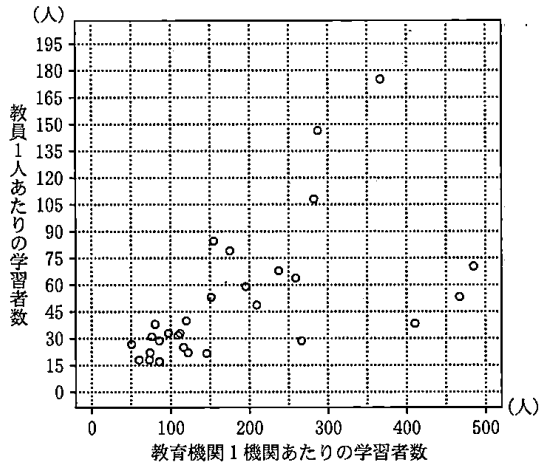
(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

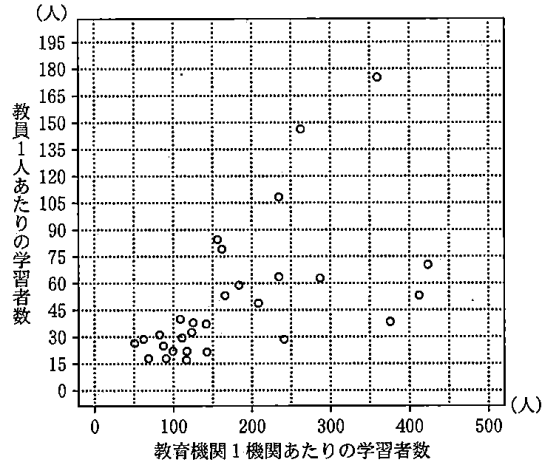
# 数学 I

力 については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

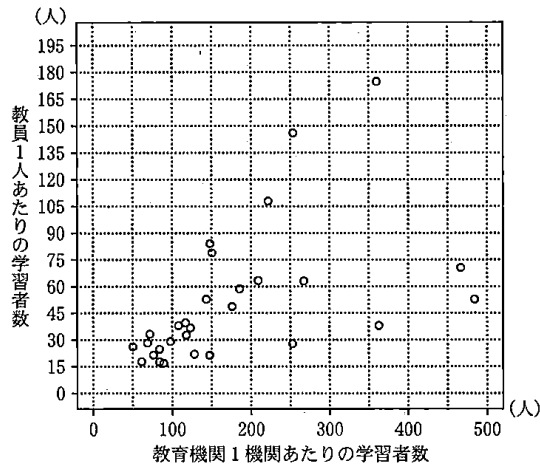
①



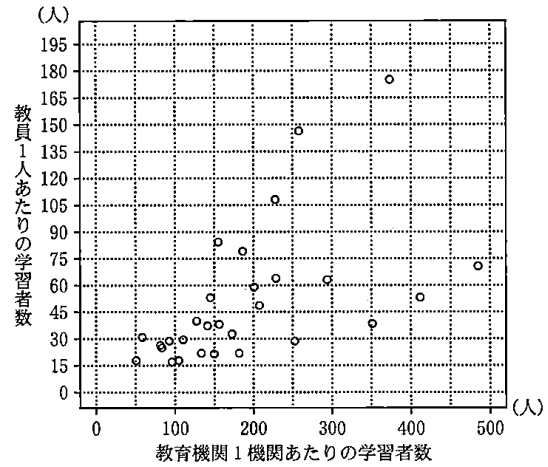
②



③



④



(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (3) 各国における 2018 年度の学習者数を 100 としたときの 2009 年度の学習者数  $S$ 、および、各国における 2018 年度の教員数を 100 としたときの 2009 年度の教員数  $T$  を算出した。

例えば、学習者数について説明すると、ある国において、2009 年度が 44272 人、2018 年度が 174521 人であった場合、2009 年度の学習者数  $S$  は  $\frac{44272}{174521} \times 100$  より 25.4 と算出される。

表 1 は  $S$  と  $T$  について、平均値、標準偏差および共分散を計算したものである。ただし、 $S$  と  $T$  の共分散は、 $S$  の偏差と  $T$  の偏差の積の平均値である。

表 1 の数値が四捨五入していない正確な値であるとして、 $S$  と  $T$  の相関係数を求めると  $\boxed{\text{キ}}$  .  $\boxed{\text{クケ}}$  である。

表 1 平均値、標準偏差および共分散

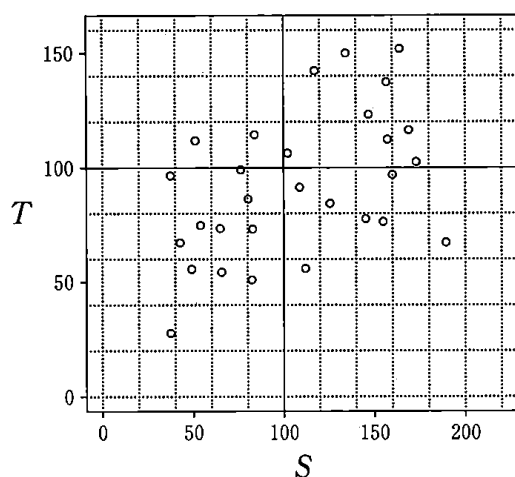
| $S$ の<br>平均値 | $T$ の<br>平均値 | $S$ の<br>標準偏差 | $T$ の<br>標準偏差 | $S$ と $T$ の<br>共分散 |
|--------------|--------------|---------------|---------------|--------------------|
| 81.8         | 72.9         | 39.3          | 29.9          | 735.3              |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

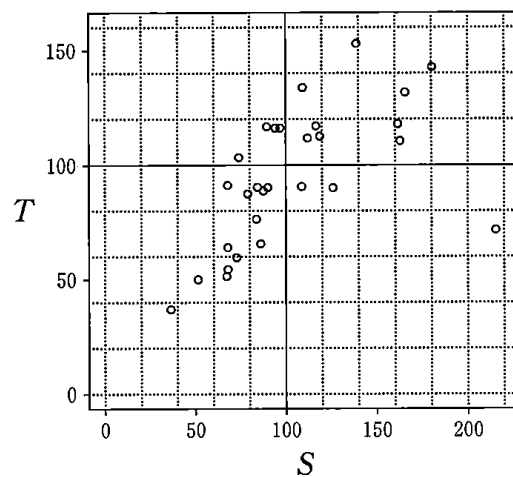
- (4) 表 1 と (3) で求めた相関係数を参考にすると、(3) で算出した 2009 年度の  $S$ (横軸) と  $T$ (縦軸) の散布図は コ である。

コ については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

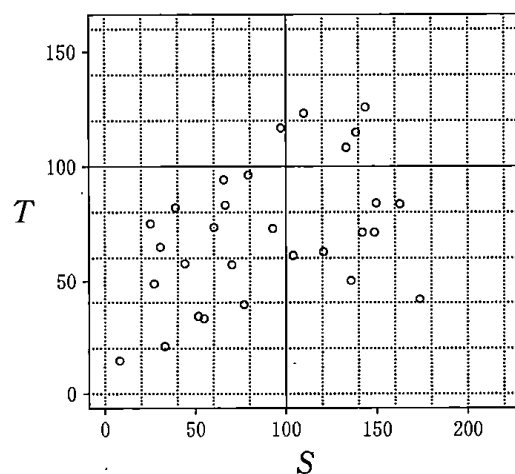
①



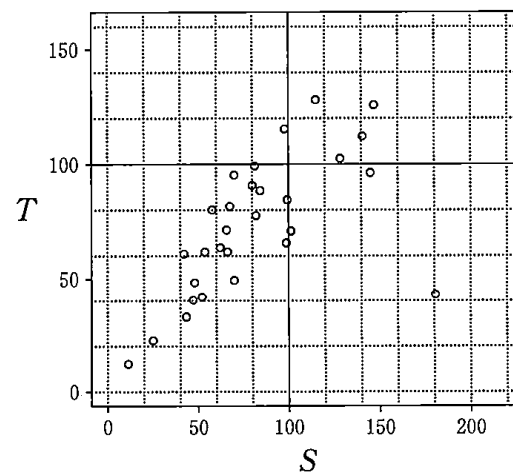
②



③



④



(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (5) 2018 年度において、学習者数が 3000 人以上 5000 人未満の国は表 2 の 7 か国であった。これらの国々について「教員 1 人あたりの学習者数」を算出した。

表 2 学習者数が 3000 人以上 5000 人未満の 7 か国

| 国 名      | 教員 1 人あたりの<br>学習者数(人) |
|----------|-----------------------|
| スイス      | 15.5                  |
| パラグアイ    | 20.6                  |
| バングラデシュ  | 21.8                  |
| ポーランド    | 22.4                  |
| ペルー      | 52.7                  |
| トルクメニスタン | 93.1                  |
| コートジボワール | 212.0                 |

学習者数が 5000 人以上の 29 か国に、表 2 の 7 か国を加えた 36 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」について、後の表 3 の度数分布表の サシ，ス，セ に当てはまる度数を求め、表 3 を完成させよ。ここで、29 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」のヒストグラムである (1) の図 2 を、図 5 として再掲しておく。

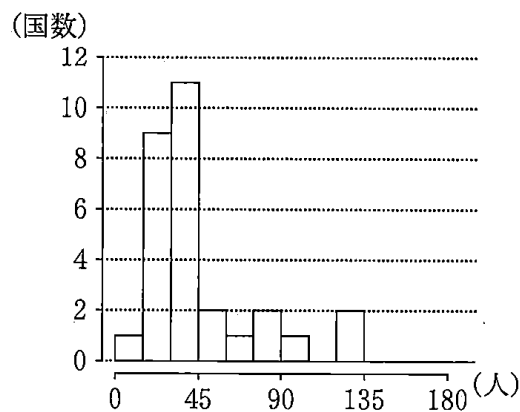


図 5 29 か国の 2018 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

表 3 度数分布表

| 階級(人)         | 度数(国数) |
|---------------|--------|
| 0 以上 30 未満    | 14     |
| 30 以上 60 未満   | サシ     |
| 60 以上 90 未満   | ス      |
| 90 以上 120 未満  | セ      |
| 120 以上 150 未満 | 2      |
| 150 以上 180 未満 | 0      |
| 180 以上 210 未満 | 0      |
| 210 以上 240 未満 | 1      |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

表 4 は、29 か国と 7 か国のそれぞれの群の「教員 1 人あたりの学習者数」の、平均値と標準偏差である。なお、ここでの平均値および標準偏差は、国ごとの「教員 1 人あたりの学習者数」に対して算出したものとする。以下、同様とする。

表 4 教員 1 人あたりの学習者数の平均値と標準偏差

|                               | 平均値  | 標準偏差 |
|-------------------------------|------|------|
| 学習者数が 5000 人以上の 29 か国         | 44.8 | 29.1 |
| 学習者数が 3000 人以上 5000 人未満の 7 か国 | 62.6 | 66.1 |

表 4 より、これらを合わせた 36 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」の平均値を算出する式は ソ である。

ソ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

|                                                   |                                                   |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| ① $\frac{44.8 + 62.6}{2}$                         | ① $\frac{62.6 - 44.8}{2}$                         |
| ② $\frac{44.8 \times 29 + 62.6 \times 7}{29 + 7}$ | ③ $\frac{44.8 \times 29 - 62.6 \times 7}{29 + 7}$ |
| ④ $\frac{44.8 \times 7 + 62.6 \times 29}{29 + 7}$ | ⑤ $\frac{62.6 \times 29 - 44.8 \times 7}{29 + 7}$ |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の (I), (II) は, 「教員 1 人あたりの学習者数」についての記述である。

- (I) 36 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」の平均値は, 29 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」の平均値より小さい。
- (II) 29 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」の分散は, 7 か国の「教員 1 人あたりの学習者数」の分散より小さい。

(I), (II) の正誤の組合せとして正しいものは タ である。

タ の解答群

|      | ① | ② | ③ | ④ |
|------|---|---|---|---|
| (I)  | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (II) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

# 数学 I

(下書き用紙)