2024 年度大学入学共通テスト 解説〈数学Ⅱ・B〉

第１問

〔１〕

(1)(i)

$y=\log_3 x$ に $x=27$ を代入すると，

$$y=\log_3 27=\log_3 3^3=3$$

となるため，$y=\log_3 x$ のグラフは点

$$\left(27,\ 3\right)$$ ……ア

を通る。また，$y=\log_2\dfrac{x}{5}$ すなわち $x=5\cdot 2^y$ に $y=1$ を代入すると，

$$x=5\cdot 2^1=10$$

となるため，$y=\log_2\dfrac{x}{5}$ のグラフは点

$$\left(10,\ 1\right)$$ ……イウ

を通る。

(ii)

$k>0,\ k\neq 1,\ x>0$ のもとで，

$$y=\log_k x \Leftrightarrow x=k^y$$

より，$y=0$ のとき x は k の値によらず $x=1$ となる。したがって求める定点の座標は

$$\left(1,\ 0\right)$$ ……エ，オ

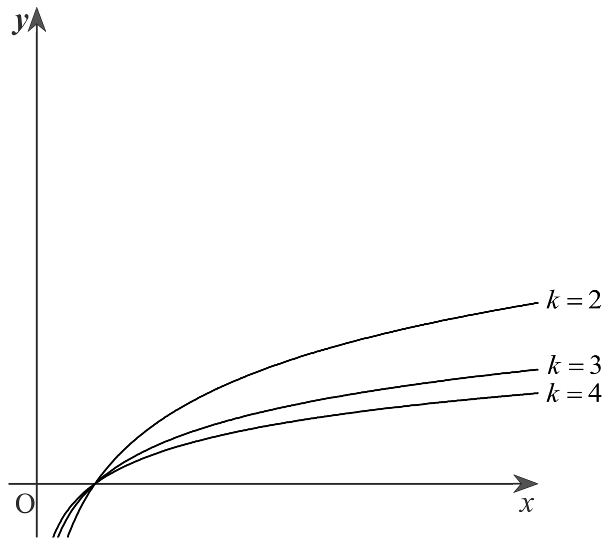
である。

(iii)

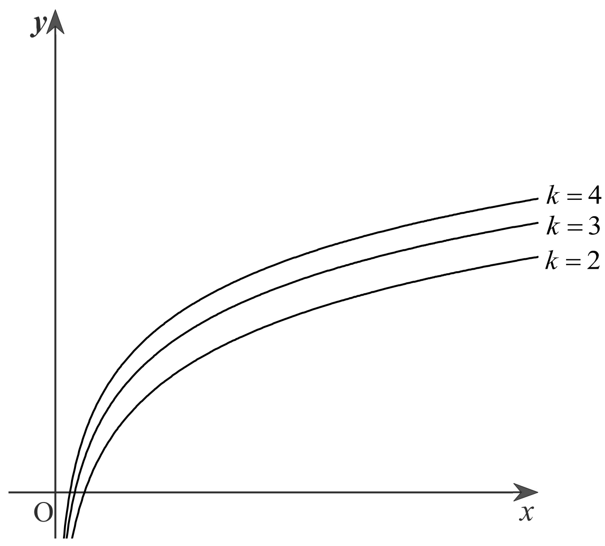
$\log_k x=\dfrac{1}{\log_x k}$ より，$x>1$ のとき

$$\log_x 2<\log_x 3<\log_x 4$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 4}<\frac{1}{\log_x 3}<\frac{1}{\log_x 2}$$
$$\Leftrightarrow \log_4 x<\log_3 x<\log_2 x$$

となる。また，(ｉｉ)での考察より $y=\log_k x$ のグラフは k の値によらず定点 $\left(1,\ 0\right)$ を通る。したがって，$k=2,\ 3,\ 4$ のとき，$y=\log_k x$ のグラフの概形は下図のようになるため，⓪である。 ……カ

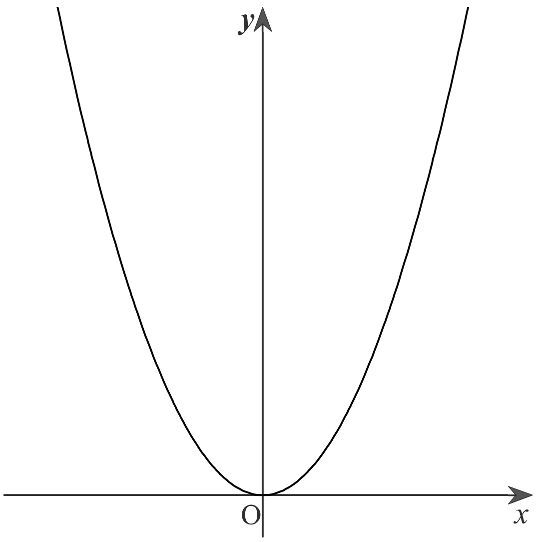


また，$y=\log_2 kx$ について，$x>0$ において常に $\log_2 2x<\log_2 3x<\log_2 4x$ であるから，$k=2, 3, 4$ のとき，$y=\log_2 kx$ のグラフの概形は下図のようになるため，⑤である。　……キ



(2)(i)

$x>0, x\neq 1, y>0$ のとき，$\log_x y=2 \Leftrightarrow y=x^2$ である。$y=x^2$ が表す図形を図示すると，下図のようになる。



ゆえに，$\log_x y = 2$ の表す図形を図示すると②の $x > 0,\ x \neq 1,\ y > 0$ の部分となる。　　……ク

(ii)

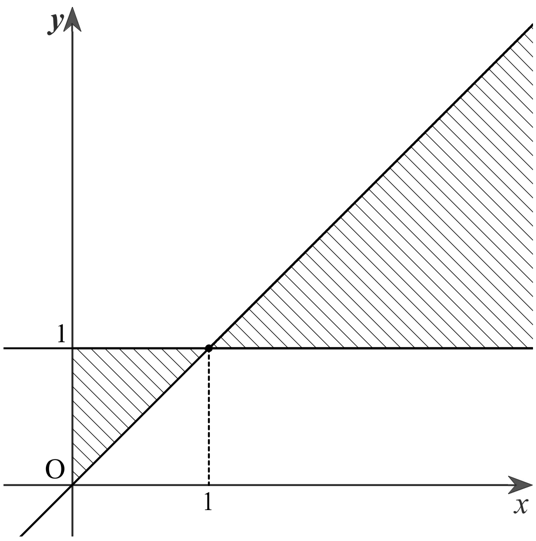
$x > 1$ のとき，

$$0 < \log_x y < 1$$
$$\Leftrightarrow x^0 < y < x^1$$
$$\Leftrightarrow 1 < y < x$$

であり，$0 < x < 1$ のとき，

$$0 < \log_x y < 1$$
$$\Leftrightarrow x < y < 1$$

となるため，$0 < \log_x y < 1$ の表す領域を図示すると，下図のように②の斜線部分となる。　……ケ
ただし，境界(境界線)は含まない。



〔２〕

(1)

2 次方程式の解の公式より，方程式 $S(x)=0$ すなわち $x^2+4x+7=0$ の解は

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 7}}{2}$$

$$=\underline{\underline{-2}}\pm\sqrt{\underline{\underline{3}}}i$$ ……コサ，シ

となる。また，$2x^3+7x^2+10x+5$ を x^2+4x+7 で割ると，

$$2x^3+7x^2+10x+5=\left(x^2+4x+7\right)\left(2x-1\right)+12$$

となるため，

$T(x)=\underline{\underline{2}}x-\underline{\underline{1}}$ ……ス，セ

$U(x)=\underline{\underline{12}}$ ……ソタ

である。

(2)(i)

α,β は方程式 $S(x)=0$ の異なる二つの解であるから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ である。また，$P(x)$ を $S(x)$ で割ったときの商が $T(x)$，余りが $U(x)$ であるから，$U(x)=k$ と仮定すると

$P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる（……③） ……チ

したがって，余りが定数になるとき，

$P(\alpha)=P(\beta)$（……①） ……ツ

が成り立つ。

(ii)

$P(x)$ を $S(x)$ で割ったときの商が $T(x)$，余りが $U(x)$ であるから，$U(x)=mx+n$ のとき，

$P(x)=S(x)T(x)+mx+n$（……①） ……テ

となる。この等式の x に α,β をそれぞれ代入すると $S(\alpha)=S(\beta)=0$ より

$P(\alpha)=m\alpha+n$ かつ $P(\beta)=m\beta+n$（……①） ……ト

となるので，$P(\alpha)=P(\beta)$ より，

$m\alpha+n=m\beta+n$

$\Leftrightarrow m(\alpha-\beta)=0$

であり，$\alpha\neq\beta$ より

$m=0$（……③） ……ナ

となる。

(3)

$S(x)=(x+1)(x-2)$ となるため，$S(x)=0$ の 2 解は $x=-1,\ 2$ である。(2) での議論より，$x^{10}-2x^9-px^2-5x$ を x^2-x-2 で割った余りが定数になることと $P(-1)=P(2)$ であることは同値である。したがって，

$$P(-1)=P(2)$$
$$\Leftrightarrow 1+2-p+5=2^{10}-2^{10}-4p-10$$
$$\Leftrightarrow -p+8=-4p-10$$
$$\therefore p=\underline{\underline{-6}} \qquad \cdots\cdots \text{ニヌ}$$

となり，その余りは

$$P(-1)=-p+8=\underline{\underline{14}} \qquad \cdots\cdots \text{ネノ}$$

となる。

第２問

(1)(i)

$f(x)=3(x^2-3x+2)$ より $f'(x)=3(2x-3)$ となる。よって，$f'(x)=0$ となる x の値は

$$3(2x-3)=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$ ……アイ

となる。

(ii)

$$\begin{aligned} S(x) &= \int_0^x f(t)\,dt \\ &= \int_0^x 3(t^2-3t+2)\,dt \\ &= \int_0^x (3t^2-9t+6)\,dt \\ &= \left[t^3-\frac{9}{2}t^2+6t\right]_0^x \\ &= x^3-\frac{9}{2}x^2+6x \end{aligned}$$

……ウ，エ

……オカ，キ

となる。ここで，

$S'(x)=f(x)=3(x-1)(x-2)$

であるから，$S(x)$ の増減は次のようになる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$S'(x)$	+	0	−	0	+
$S(x)$	↗	$\frac{5}{2}$	↘	2	↗

これより，$S(x)$ は，

$x=1$ のとき，極大値 $S(1)=\frac{5}{2}$ ……ク，ケコ

$x=2$ のとき，極小値 $S(2)=2$ ……サ，シ

をとる。

(iii)

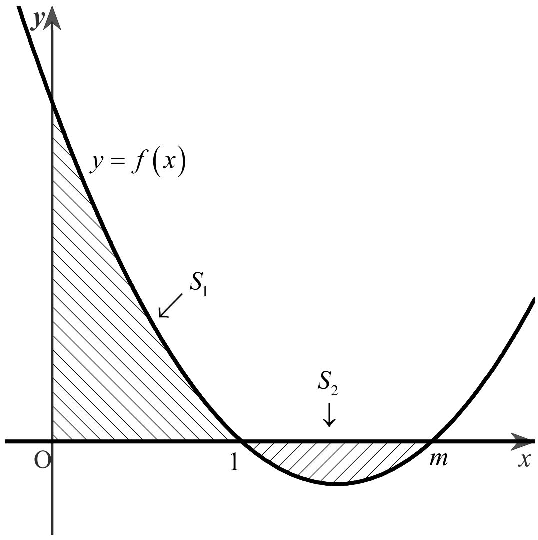
$S'(x)=f(x)$ より $f(3)$ は $y=S(x)$ の $x=3$ における微分係数である。よって，$f(3)$ は

関数 $y=S(x)$ のグラフ上の点 $(3,\ S(3))$ における接線の傾き（……③） ……ス

である。

(2)

$y=f(x)$ 及び S_1, S_2 を図示すると以下斜線部となる。



これより,

$S_1=\int_0^1 f(x)dx$ （……⓪） ……セ

$S_2=\int_1^m \{-f(x)\}dx$ （……⑤） ……ソ

となる。$S_1=S_2$ となるとき,

$S_1-S_2=0$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx-\int_1^m \{-f(x)\}dx=0$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx+\int_1^m f(x)dx=0$

$\therefore \int_0^m f(x)dx=0$ （……①） ……タ

となる。よって，$S(m)=\int_0^m f(t)dt=0$ である。ここで,

$S'(x)=f(x)=3(x-1)(x-m)$

であるから, $S(x)$ の増減は次のようになる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	m	$\cdots$
$S'(x)$	+	0	−	0	+
$S(x)$	↗		↘	0	↗

これより，$S_1 = S_2$となるとき，$y = S(x)$のグラフの概形は

(……①) ……チ

である。$S_1 > S_2$となるとき，

$$S_1 - S_2 > 0$$
$$\therefore \int_0^m f(x)dx > 0$$

となる。よって，$S(m) > 0$である。$S(x)$の増減から$y = S(x)$のグラフの概形は

(……②) ……ツ

である。

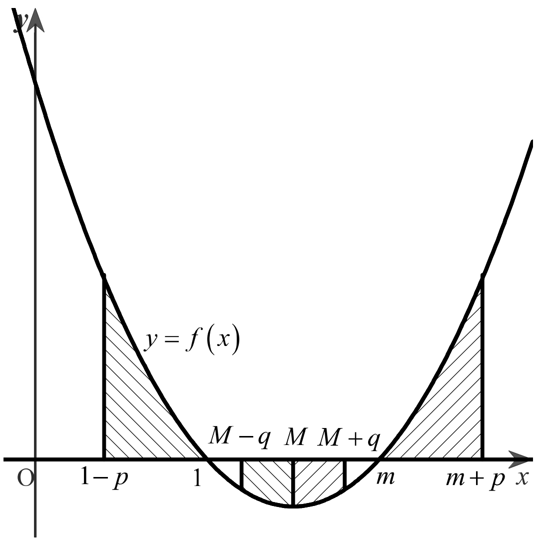
(3)

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x-1)(x-m) \\ &= 3\{x^2 - (m+1)x + m\} \\ &= 3\left\{\left(x - \frac{m+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 + m\right\} \end{aligned}$$

より$y = f(x)$の軸は$x = \frac{m+1}{2}$である。よって，関数$y = f(x)$のグラフは

直線$x = \frac{m+1}{2}$ (……③) ……テ

に関して対称である。よって，



グラフよりすべての正の実数 p に対して，直線 $x=1-p$， x 軸及び $y=f(x)$ で囲まれた面積と，直線 $x=m+p$， x 軸及び $y=f(x)$ で囲まれた面積は等しい。よって，

$$\int_{1-p}^{1} f(x)dx = \int_{m}^{m+p} f(x)dx \quad (\cdots\cdots④) \qquad \cdots\cdots ト$$

となる。また， $M=\dfrac{m+1}{2}$ とおくと， $0<q \leqq M-1$ であるすべての実数 q に対して，直線 $x=M-q$，直線 $x=M$ 及び x 軸と $y=f(x)$ で囲まれた面積と直線 $x=M$，直線 $x=M+q$ 及び x 軸と $y=f(x)$ で囲まれた面積は等しい。よって，

$$\int_{M-q}^{M} \{-f(x)\}dx = \int_{M}^{M+q} \{-f(x)\}dx \quad (\cdots\cdots②) \qquad \cdots\cdots ナ$$

となる。ここで，与えられた条件式から

$$S(1-p)+S(m+p) = \left\{S(1)-\int_{1-p}^{1} f(x)dx\right\}+\left\{S(m)+\int_{m}^{m+p} f(x)dx\right\}$$

$$= S(1)+S(m)\left(\because \int_{1-p}^{1} f(x)dx = \int_{m}^{m+p} f(x)dx\right) \quad (\cdots\cdots⓪) \qquad \cdots\cdots ニ$$

$$2S(M) = \left\{S(M-q)+\int_{M-q}^{M} f(x)dx\right\}+\left\{S(M+q)-\int_{M}^{M+q} f(x)dx\right\}$$

$$= S(M-q)+S(M+q)\left(\because \int_{M-q}^{M} \{-f(x)\}dx = \int_{M}^{M+q} \{-f(x)\}dx\right) \quad (\cdots\cdots④) \qquad \cdots\cdots ヌ$$

となる。ここで， $q=M-1$ を代入すると，

$$S(M-q)+S(M+q) = S(1)+S(2M-1)$$
$$= S(1)+S(m)\left(\because M=\frac{m+1}{2}\right)$$

となり，

$$\frac{S(1-p)+S(m+p)}{2} = \frac{S(1)+S(m)}{2} = S(M)$$

である。また，

$$\frac{(1-p)+(m+p)}{2} = \frac{m+1}{2} = M$$

である。したがって，すべての正の実数 p に対して，2 点 $(1-p,\ S(1-p))$, $(m+p,\ S(m+p))$ を結ぶ線分の中点は点 $(M,\ S(M))$ である。よって，

中点は p の値によらず一つに定まり，関数 $y=S(x)$ のグラフ上にある。$(\cdots\cdots②)$ $\qquad\cdots\cdots$ネ

第３問

(1)

$X=0$ となる確率が $1-p$，$X=1$ となる確率が p であることから，求める期待値は,

$$m=(1-p)\cdot 0+p\cdot 1=p \quad (\cdots\cdots ⓪) \qquad \cdots\cdots ア$$

となる。母標準偏差を σ とすると，$n=300$ は十分に大きいため，標本平均 $\overline{X}$ は近似的に正規分布

$$N\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad (\cdots\cdots ③) \qquad \cdots\cdots イ$$

に従う。ここで，標本の標準偏差 S は,

$$\begin{aligned}
S&=\sqrt{\frac{1}{n}\left\{\left(X_1-\overline{X}\right)^2+\left(X_2-\overline{X}\right)^2+\cdots+\left(X_n-\overline{X}\right)^2\right\}}\\
&=\sqrt{\frac{1}{n}\left\{\left(X_1{}^2+X_2{}^2+\cdots+X_n{}^2\right)-2\overline{X}\left(X_1+X_2+\cdots+X_n\right)+n\left(\overline{X}\right)^2\right\}}\\
&=\sqrt{\frac{1}{n}\left(X_1{}^2+X_2{}^2+\cdots+X_n{}^2\right)-\frac{1}{n}\cdot 2\overline{X}\cdot n\overline{X}+\left(\overline{X}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{1}{n}\left(X_1{}^2+X_2{}^2+\cdots+X_n{}^2\right)-\left(\overline{X}\right)^2} \quad (\cdots\cdots ①) \qquad \cdots\cdots ウ
\end{aligned}$$

と計算できる。ここで，$X_1{}^2=X_1,\ X_2{}^2=X_2,\ \cdots,\ X_n{}^2=X_n$ であることに着目して整理すると,

$$\begin{aligned}
S&=\sqrt{\frac{1}{n}\left(X_1{}^2+X_2{}^2+\cdots+X_n{}^2\right)-\left(\overline{X}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{1}{n}\left(X_1+X_2+\cdots+X_n\right)-\left(\overline{X}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{1}{n}\cdot n\overline{X}-\left(\overline{X}\right)^2}\\
&=\sqrt{\overline{X}\left(1-\overline{X}\right)} \quad (\cdots\cdots ②) \qquad \cdots\cdots エ
\end{aligned}$$

となる。n が十分大きいとき，σ の代わりに S を用いてもよいことから，大きさ $n=300$ の標本から求められる母平均 m に対する信頼度95%の信頼区間は,

$$\begin{aligned}
&\overline{X}-1.96\cdot\sqrt{\frac{S^2}{300}}\leqq m\leqq\overline{X}+1.96\cdot\sqrt{\frac{S^2}{300}}\\
\Leftrightarrow\ &\overline{X}-1.96\cdot\sqrt{\frac{\overline{X}\left(1-\overline{X}\right)}{300}}\leqq m\leqq\overline{X}+1.96\cdot\sqrt{\frac{\overline{X}\left(1-\overline{X}\right)}{300}}
\end{aligned}$$

となる。表2より，$\overline{X}=\dfrac{75\cdot 1+225\cdot 0}{300}=\dfrac{1}{4}$ であることから,

$$\begin{aligned}
&\overline{X}-1.96\cdot\sqrt{\frac{\overline{X}\left(1-\overline{X}\right)}{300}}\leqq m\leqq\overline{X}+1.96\cdot\sqrt{\frac{\overline{X}\left(1-\overline{X}\right)}{300}}\\
\Leftrightarrow\ &0.25-1.96\cdot\sqrt{\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}}{300}}\leqq m\leqq 0.25+1.96\cdot\sqrt{\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}}{300}}\\
\Leftrightarrow\ &0.25-1.96\cdot\frac{1}{40}\leqq m\leqq 0.25+1.96\cdot\frac{1}{40}
\end{aligned}$$

$\Leftrightarrow 0.201 \leqq m \leqq 0.299$ （……⓪）　……オ

となる。

(2)

$k=4$ のとき，$U_4=1$ となるのは $(X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4)=(1,\ 1,\ 1,\ 0),\ (0,\ 1,\ 1,\ 1)$ のときであり，それ以外では $U_4=0$ である。$X=0$ となる確率が $1-p=\dfrac{3}{4}$，$X=1$ となる確率が $p=\dfrac{1}{4}$ であることから，U_4 の期待値は

$$E(U_4)=\left\{2\cdot\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3\right\}\cdot 1=\frac{3}{128}$$ ……カ

となる。$k=5$ のとき，$U_5=1$ となるのは

$(X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4\ X_5)=(1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0),\ (0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0),\ (0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 1),\ (1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 1),\ (1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 1)$ のときであり，それ以外では $U_5=0$ であるから，U_5 の期待値は

$$E(U_5)=\left\{3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3+2\cdot\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4\right\}\cdot 1=\frac{33}{1024}$$ ……キク

となる。座標平面上の点 $(4,\ E(U_4))=\left(4,\ \dfrac{3}{128}\right),\ (5,\ E(U_5))=\left(5,\ \dfrac{33}{1024}\right)$ が同一直線上にあるとき，この 2 点を通る直線の式は

$$y-\frac{3}{128}=\frac{\dfrac{33}{1024}-\dfrac{3}{128}}{5-4}(x-4)$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{9}{1024}(x-4)+\frac{3}{128}$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{9}{1024}x-\frac{3}{256}$$

と表せる。点 $(300,\ E(U_{300}))$ もこの直線上にあることから，

$$E(U_{300})=\frac{9}{1024}\cdot 300-\frac{3}{256}=\frac{21}{8}$$ ……ケコサ

である。

第４問

(1)

$a_{n+1}-a_n=14$ より，$a_2-a_1=14,\ a_3-a_2=14$ である。よって，$a_1=10$ のとき，

$a_2-10=14$

$\therefore a_2=\underline{\underline{24}}$ ……アイ

$a_3-24=14$

$\therefore a_3=\underline{\underline{38}}$ ……ウエ

となる。また，数列 $\{a_n\}$ は初項 a_1，公差 14 の等差数列であるから，数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$a_n=a_1+\underline{\underline{14}}(n-1)$ ……オカ

と表すことができる。

(2)

$2b_{n+1}-b_n+3=0$ より，

$$b_{n+1}=\frac{1}{2}b_n-\frac{3}{2}$$

$$\therefore b_{n+1}+3=\frac{1}{2}(b_n+3)$$

であるから，数列 $\{b_n+3\}$ は初項 b_1+3，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列である。よって，数列 $\{b_n+3\}$ の一般項は，

$$b_n+3=(b_1+3)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

となるから，数列 $\{b_n\}$ の一般項は，

$$b_n=(b_1+\underline{\underline{3}})\left(\frac{1}{\underline{\underline{2}}}\right)^{n-1}-\underline{\underline{3}}$$ ……キ，クケ，コ

と表すことができる。

(3)(i)

数列 $\{c_n\}$ が①を満たし，$c_1=5$ のとき，

$(5+3)(2c_2-5+3)=0$

$\therefore c_2=\underline{\underline{1}}$ ……サ

である。また，数列 $\{c_n\}$ が①を満たし，$c_3=-3$ のとき，

$(c_2+3)\{2\cdot(-3)-c_2+3\}=0$

$\Leftrightarrow -(c_2+3)^2=0$

$\therefore c_2=\underline{\underline{-3}}$ ……シス

$(c_1+3)\{2\cdot(-3)-c_1+3\}=0$

$\Leftrightarrow -(c_1+3)^2=0$

$\therefore c_1 = \underline{\underline{-3}}$ ……セソ

である。

(ii)

数列$\{c_n\}$が①を満たし， $c_3 = -3,\ c_4 = 5$ のとき，

$(5+3)(2c_5 - 5 + 3) = 0$

$\therefore c_5 = \underline{\underline{1}}$ ……タ

である。また，数列$\{c_n\}$が①を満たし， $c_3 = -3,\ c_4 = 83$ のとき，

$(83+3)(2c_5 - 83 + 3) = 0$

$\therefore c_5 = \underline{\underline{40}}$ ……チツ

である。

(iii)

命題Aが真であることを証明するには，命題Aの仮定を満たす数列$\{c_n\}$について，

$n = k$ のとき $c_n \neq -3$ が成り立つと仮定すると，$n = k+1$ のときも $c_n \neq -3$ が成り立つこと

(……$\underline{\underline{③}}$) ……テ

を示し，数学的帰納法を用いて証明すればよい。

(iv)

(3)(iii)の問題文より，命題Aは真であるから，数列$\{c_n\}$が①を満たし， $c_1 \neq -3$ であるとき，$c_{100} \neq -3$ である。よって， $c_1 = 3$ かつ $c_{100} = -3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$は存在しないため，(I)は偽である。また， $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = -3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$として，$c_1 = c_2 = \cdots = c_{100} = -3$ となる数列が考えられるから，(II)は真である。さらに, (3)(ii)と同様の議論により， $c_{99} = -3$ のとき， c_{100} はどのような値でも①を満たす。ゆえに， $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = 3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$として， $c_1 = c_2 = \cdots = c_{99} = -3,\ c_{100} = 3$ となる数列が考えられるから，(III)は真である。以上より，

(I)は偽, (II)は真, (III)は真（……$\underline{\underline{④}}$） ……ト

である。

第５問

(1)

問題文の条件より，$\overrightarrow{OA}=(2,\ 7,\ -1)$, $\overrightarrow{OB}=(3,\ 6,\ 0)$ であるから，

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$$

$$=(\underline{1},\ \underline{-1},\ \underline{1})$$ ……ア，イウ，エ

である。同様に，$\overrightarrow{OC}=(-8,\ 10,\ -3)$, $\overrightarrow{OD}=(-9,\ 8,\ -4)$ であるから，

$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC}$$
$$=(-1,\ -2,\ -1)$$

となる。よって，

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=-1+2-1$$
$$=\underline{0}$$ ……オ

である。

(2)

問題文より，

$$\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=s\overrightarrow{AB}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{AB}\quad(\cdots\cdots\underline{2})$$ ……カ

が成り立つ。これと(1)の結果から，$\overrightarrow{OP}=(s+2,\ -s+7,\ s-1)$ となるから，

$$\left|\overrightarrow{OP}\right|^2=(s+2)^2+(-s+7)^2+(s-1)^2$$

$$=\underline{3}s^2-\underline{12}s+\underline{54}$$ ……キ，クケ，コサ

である。ここで，P は l_1 上の点であるから，$\left|\overrightarrow{OP}\right|$ が最小となるとき，線分 OP は原点 O から l_1 に下ろした垂線となる。よって，$\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{AB}$ は直交するから，

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}=0\quad(\cdots\cdots\underline{1})$$ ……シ

が成り立つことがわかる。また，$\left|\overrightarrow{OP}\right|^2=3(s-2)^2+42$ と平方完成できるから，

$$s=\underline{2}$$ ……ス

のとき $\left|\overrightarrow{OP}\right|$ が最小となることがわかる。

(3)

Q が l_2 上にあるから，$\overrightarrow{CQ}=t\overrightarrow{CD}$ を満たす実数 t があり，

$$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OC}+t\overrightarrow{CD}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OQ}=(-t-8,\ -2t+10,\ -t-3)$$

が成り立つ。(2)より，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(s+2,\ -s+7,\ s-1)$ であるから，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=(-s-t-10,\ s-2t+3,\ -s-t-2)$ である。ここで，線分 PQ の長さ，すなわち $\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|$ が最小となるとき，線分 PQ は $l_1,\ l_2$ の両方に垂直な線分となる。よって，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=0$ かつ $\overrightarrow{\mathrm{CD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=0$ が成り立つ。このとき，

$$
\begin{aligned}
&\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=0\\
&\Leftrightarrow (1,\ -1,\ 1)\cdot(-s-t-10,\ s-2t+3,\ -s-t-2)=0\\
&\Leftrightarrow -3s-15=0\\
&\Leftrightarrow s=-5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overrightarrow{\mathrm{CD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=0\\
&\Leftrightarrow (-1,\ -2,\ -1)\cdot(-s-t-10,\ s-2t+3,\ -s-t-2)=0\\
&\Leftrightarrow 6t+6=0\\
&\Leftrightarrow t=-1
\end{aligned}
$$

となるから，線分 PQ の長さが最小になる P の座標は

$\left(\underline{\underline{-3}},\ \underline{\underline{12}},\ \underline{\underline{-6}}\right)$ ……セソ，タチ，ツテ

Q の座標は

$\left(\underline{\underline{-7}},\ \underline{\underline{12}},\ \underline{\underline{-2}}\right)$ ……トナ，ニヌ，ネノ

である。