受検番号	番

令和５年度学力検査問題

数　　学

注　　意

1　「始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。

2　解答用紙は中にはさんであります。

3　「始め」の合図があったら、まず、受検番号を問題冊子および解答用紙の受検番号欄に記入しなさい。

4　問題は $\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$ で、１ページから６ページまであります。

5　答えは、すべて解答用紙に記入しなさい。
　答えは、特別に指示がない場合は最も簡単な形にしなさい。なお、計算の結果に $\sqrt{\quad}$ または π をふくむときは、近似値に直さないでそのまま答えなさい。

6　「やめ」の合図で、鉛筆を置きなさい。

7　検査終了後は、解答用紙を机の上に置いたまま退出しなさい。

問　　題

1 次の（1）〜(10) に答えなさい。

（1） $3+2\times(-3)^2$ を計算せよ。

（2） $2(x+3y)-(x-2y)$ を計算せよ。

（3） $\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

（4） x^2+5x-6 を因数分解せよ。

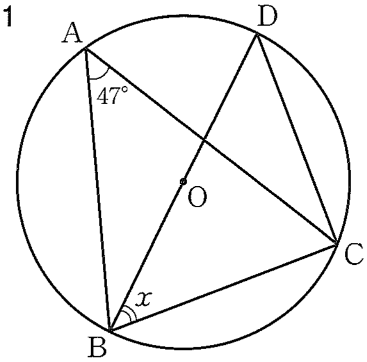
（5） 2次方程式 $2x^2+3x-4=0$ を解け。

（6） 1次関数 $y=-2x+1$ について、x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき、y の変域を求めよ。

（7） $2023=7\times 17\times 17$ である。2023 を割り切ることができる自然数の中で、2023 の次に大きな自然数を求めよ。

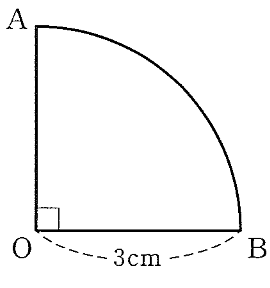
（8） **図1**のように、円 O の周上に 4 つの点 A、B、C、D があり、線分 BD は円 O の直径である。$\angle BAC=47^\circ$ のとき、$\angle x$ の大きさを求めよ。

図1



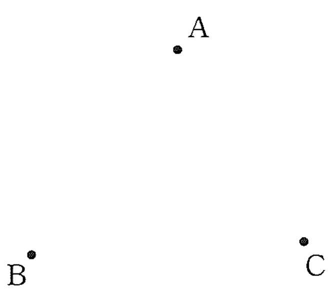
（9） **図2**のような半径が 3 cm、中心角が 90° のおうぎ形 OAB を、線分 OA を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

図2



(10) **図3**のように、3 点 A、B、C がある。3 点 A、B、C を通る円の中心 O を定規とコンパスを用いて解答用紙の**図3**に作図して求め、その位置を点 ● で示せ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図3



2 次の問いに答えなさい。

問１ 次のデータは、ある書店における月刊誌Ａの12か月間の月ごとの販売冊数を少ない順に並べたものである。このデータについて、次の（１）～（３）に答えよ。

9, 10, 11, 12, 13, 14, 14, 16, 17, 17, 20, 21

（単位は冊）

（１） 中央値（メジアン）を求めよ。

（２） 次の①～④の文の中から正しいものを１つ選び、その番号を書け。

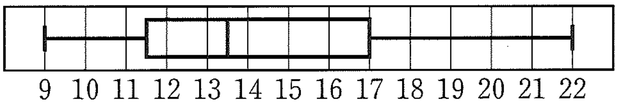
① 第１四分位数は、11 冊である。

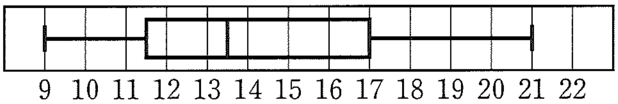
② 最頻値（モード）は、21 冊である。

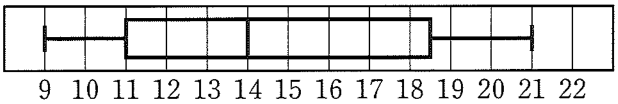
③ 四分位範囲は、5.5 冊である。

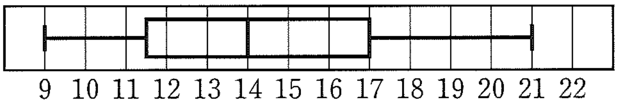
④ 平均値は、14 冊である。

（３） このデータの箱ひげ図として正しいものを、次の①～④の中から１つ選び、その番号を書け。

①


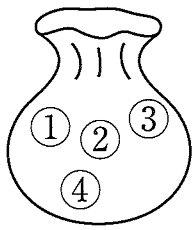
②


③


④


問２ 右の図のように、袋に１から４までの数字が１つずつ書かれた同じ大きさの球が４個入っている。この袋の中の球をよくかきまぜて、球を１個ずつ何回か取り出す。ただし、一度取り出した球は袋にもどさないものとする。このとき、次の（１）～（３）に答えよ。

図



（１） １回取り出すとき、４の数字が書かれている球を取り出す確率を求めよ。

（２） ２回続けて取り出すとき、２回目に４の数字が書かれている球を取り出す確率を求めよ。

（３） ３回続けて取り出した後、次の**ルール**にしたがって得点を定めるとき、得点が４点となる確率を求めよ。

ルール

・２回目に取り出した球に書かれている数が１回目に取り出した球に書かれている数より大きければ、２回目に取り出した球に書かれている数を得点とする。

・２回目に取り出した球に書かれている数が１回目に取り出した球に書かれている数より小さければ、３回目に取り出した球に書かれている数を得点とする。

例えば、１回目に１、２回目に２、３回目に３の数字が書かれている球を取り出したとき、得点は２点となり、１回目に４、２回目に３、３回目に１の数字が書かれている球を取り出したとき、得点は１点となる。

問３ ２つの続いた偶数４、６について、$4 \times 6 + 1$ を計算すると25になり、５の２乗となる。このように、「**２つの続いた偶数の積に１を加えると、その２つの偶数の間の奇数の２乗となる。**」ことを文字 n を使って証明せよ。ただし、証明は解答用紙の「n を整数とし、２つの続いた偶数のうち、小さいほうの偶数を $2n$ とすると、」に続けて完成させよ。

3 図1～図3のように、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に2点A、Bがあり、x 座標はそれぞれ -4、2である。原点をOとして、次の問いに答えなさい。

問1 点Aの y 座標を求めよ。

問2 直線ABの傾きを求めよ。

問3 図2、図3のように、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点C、y 軸上に点Dをそれぞれ四角形ABCDが平行四辺形となるようにとる。このとき、次の（1）～（3）に答えよ。

（1） 点Cの x 座標を求めよ。

（2） 点Dの y 座標を求めよ。

（3） 図3のように、さらに y 軸上に点Eをとる。△ADEの面積と△BCEの面積が等しくなるとき、点Eの y 座標を求めよ。

図1

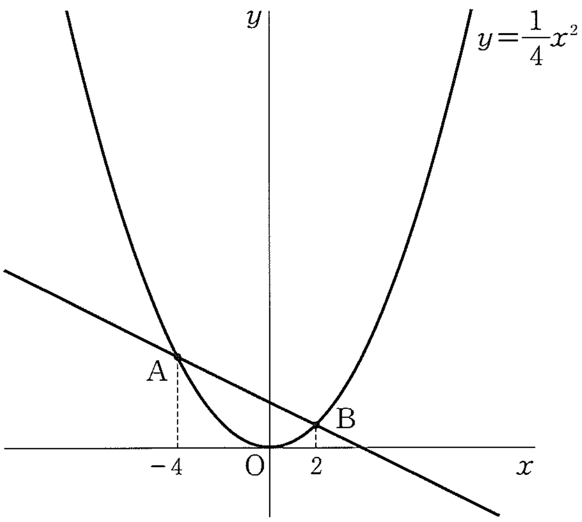


図2

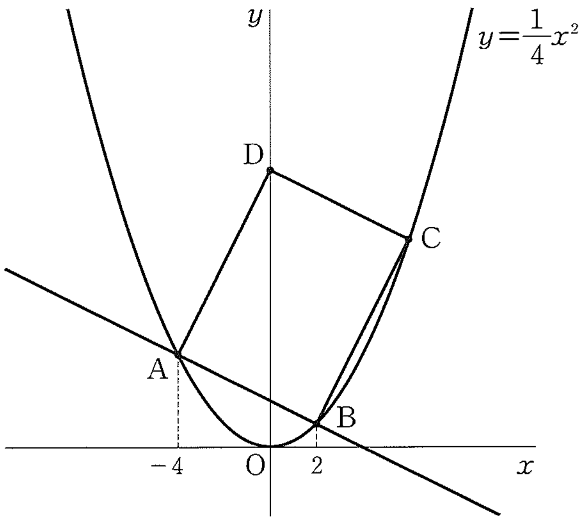
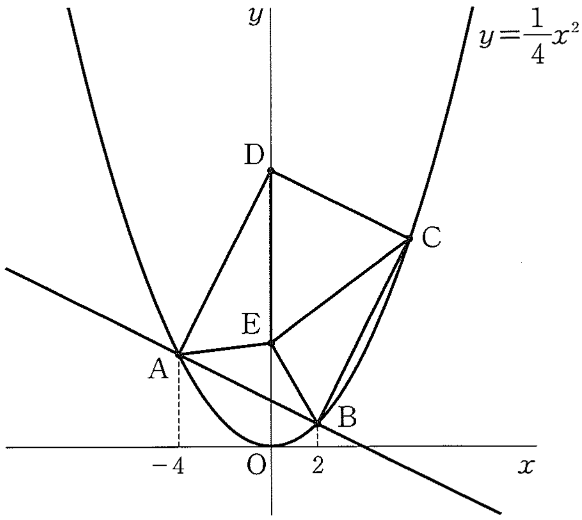


図3



4 図1、図2、図4のように、1辺が4 cmの立方体ABCDEFGHがある。また、辺EF、EHの中点をそれぞれP、Qとする。このとき、次の問いに答えなさい。

問1 図1において、三角錐AEPQの体積は何 cm^3 か。

問2 図2において、線分PQ、線分BPの長さはそれぞれ何cmか。

問3 図2において、四角形BDQPは、BP＝DQの台形である。**図3**は台形BDQPを平面に表したものであり、2点P、Qから辺BDにひいた垂線と辺BDとの交点をそれぞれR、Sとする。このとき、次の（1）～（3）に答えよ。

（1） 線分BRの長さは何cmか。

（2） 台形BDQPの面積は何 cm^2 か。

（3） 立体ABDEPQの体積は何 cm^3 か。

問4 図4のように、点Aから台形BDQPにひいた垂線と台形BDQPとの交点をTとする。このとき、線分ATの長さは何cmか。

図1

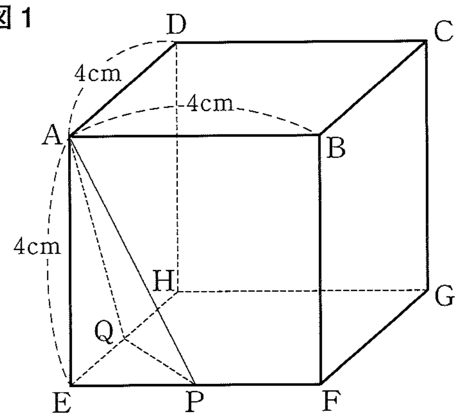


図2

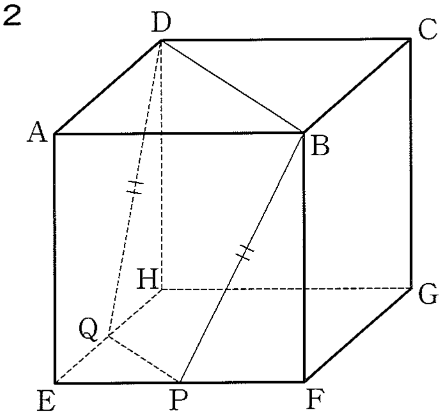


図3

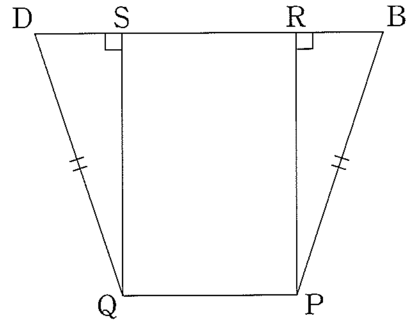
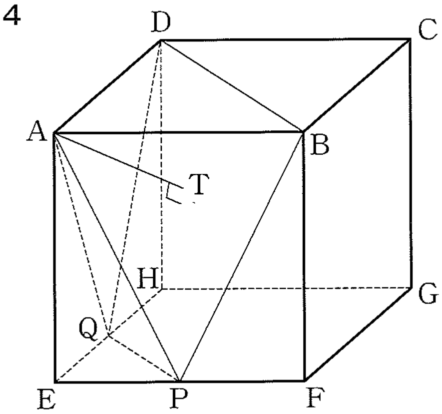
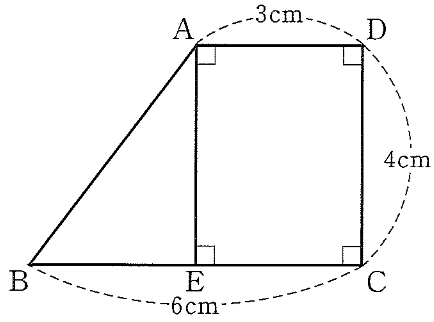


図4



5 図１、図２のような四角形ABCDがあり、BC = 6 cm、CD = 4 cm、DA = 3 cm、∠BCD = ∠CDA = 90° である。また、辺BC上に、点Eを四角形AECDが長方形となるようにとる。このとき、次の問いに答えなさい。

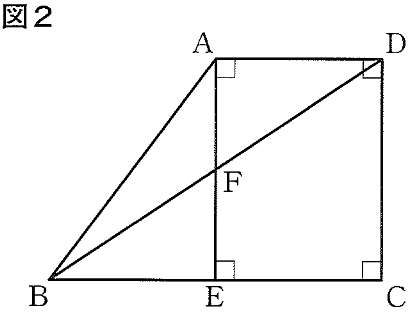
図１



問１ △ABEの面積は何 cm² か。

問２ 図２のように、線分AEと線分BDとの交点をFとする。このとき、△DAF ≡ △BEF であることを次のように証明した。（ア）、（イ）にあてはまることばを書き入れて、証明を完成させよ。

図２



> （証明）
> △DAFと△BEFにおいて
> 四角形AECDは長方形であるから
> BE = BC − EC = 3 cm となり
> DA = BE …①
> また、AD∥BC であり、平行線の（ア）は等しいので
> ∠ADF = ∠EBF …②
> ∠DAF = ∠BEF …③
> ①、②、③より、
> （イ）がそれぞれ等しいから
> △DAF ≡ △BEF

問３ 図３のように、図２の四角形ABCDを頂点Bが頂点Dに重なるように折り返すと、折り目は、辺AB上の点Pと辺BC上の点Qとを結ぶ線分PQとなった。図４は、この折り返しをもとにもどした図である。このとき、次の（1）〜（3）に答えよ。

図３

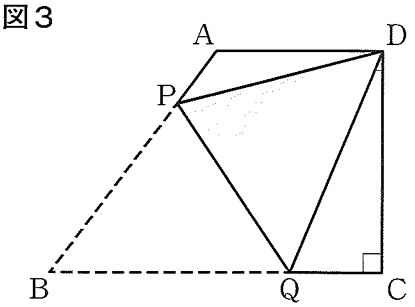
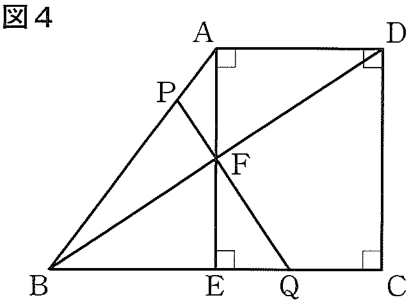


図４



（1） △DAFと相似な三角形を、次の①〜④の中から１つ選び、その番号を書け。

① △FPA
② △FEQ
③ △AEB
④ △BFP

（2） 線分EQの長さは何 cm か。

（3） 線分APの長さと線分PBの長さの比を、最も簡単な整数の比で表せ。

6 幹奈さんと新一さんのクラスでは、文化祭で電球を並べて巨大な電飾のタワーを作ることになりました。タワーを作るために必要な電球の個数について、幹奈さんと新一さんが先生と話をしています。3人の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。

幹奈：**ポスター**にあるようなタワーを参考にして作ります。タワーは40段で、形は正四角錐(すい)にしましょう。一番上の段を1段目として、1段目は1個、2段目以降は、n 段目の正方形の一辺に n 個ずつ電球を並べます。**図1**は、各段に並ぶ電球のうち、1段目から5段目までを表したものです。

新一：まず、1段目から6段目までに電球が何個必要かを考えてみます。1段ずつ考えると、1段目は1個、2段目は4個、3段目は8個、4段目は12個、5段目は16個、6段目は［（ア）］個となるので、1段目から6段目までの電球の個数の合計は［（イ）］個です。

幹奈：1段目から順番に40段目までの電球の個数を足していくと、計算が大変ですね。

新一：奇数段目と偶数段目に分けて考えてみましょう。奇数段目は**図2**のように1段目から順に組み合わせて、しきつめていくと計算しやすいですね。**図2**を利用して、1段目、3段目、5段目、…、39段目の電球の個数の合計は［（ウ）］×［（ウ）］という式で計算できます。

幹奈：偶数段目も同じように計算できますね。

新一：1段目から40段目までの電球の個数の合計は［（エ）］個になりました。

先生：よくできましたね。でも、そんなに多いと予算を超えてしまいますよ。

幹奈：では、正四角錐はあきらめて、正三角錐で作りましょう。1段目は1個、2段目以降は、n 段目の正三角形の一辺に n 個ずつ電球を並べます。1段目から40段目までの電球の個数の合計は何個になるかを考えてみます。今度も工夫して計算できないのかな。

先生：**図3**を利用して、まず6段目まで段をどのように分けて組み合わせるかを考えてみましょう。

新一：わかりました。1段目から6段目までを、［（オ）］、［（カ）］、［（キ）］の3組に分けて、それぞれ組み合わせると、しきつめることができますね。

幹奈：その考え方を利用すれば、1段目から40段目までの個数の合計も求められそうです。でも、正方形のときと同じようには計算できませんね。

先生：例えば、**図4**の点線で囲まれた電球の個数は、同じ個数の電球を**図4**のように逆向きにして並べると計算できませんか。

（数分後）

新一：できました。**図4**の点線で囲まれた電球の個数は $\dfrac{\boxed{\text{(ク)}}\left(\boxed{\text{(ク)}}+1\right)}{\boxed{\text{(ケ)}}}$ という式で計算できます。

幹奈：この考え方を使うと、正三角錐で作る場合、1段目から40段目までの電球の個数の合計は［（コ）］個になりますね。これで予算内に収まりますか。

ポスター

図において、電球を同じ大きさの○で表し、**図1**、**図3**は各段を真上から見た図とする。

図1

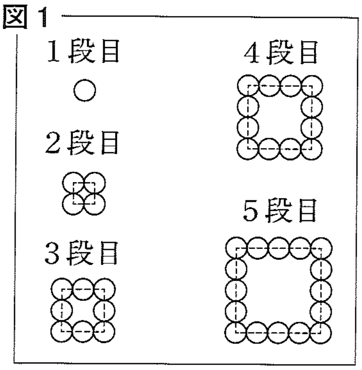


図2

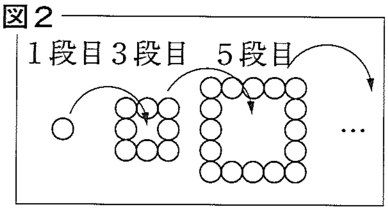


図3

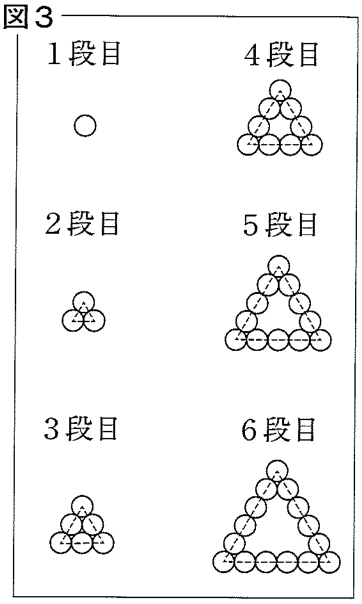
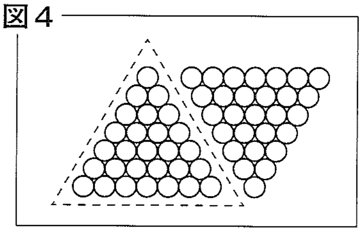


図4



問1 ［（ア）］、［（イ）］、［（ウ）］、［（エ）］にあてはまる自然数を答えよ。

問2 ［（オ）］、［（カ）］、［（キ）］にあてはまる段の組を答えよ。

問3 ［（ク）］、［（ケ）］にあてはまる1けたの自然数を答えよ。

問4 ［（コ）］にあてはまる自然数を答えよ。