

数学 I・数学 A

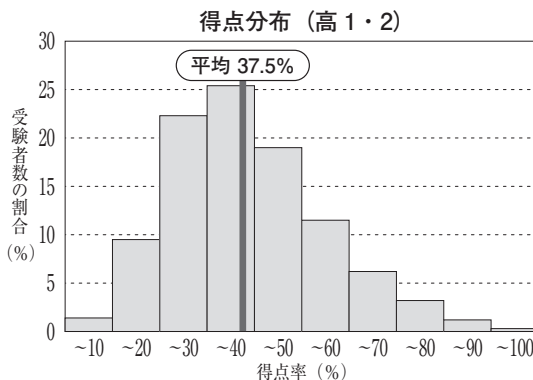
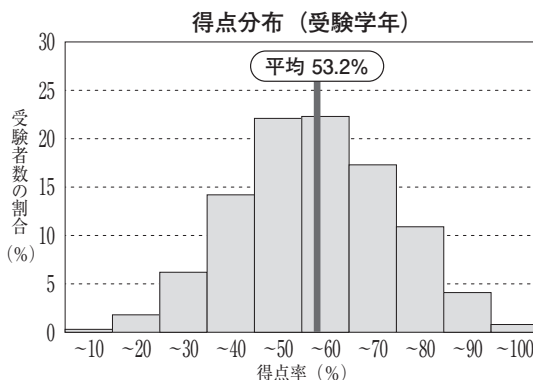
基礎を確実に定着させようとして、応用問題に取り組もう

I. 全体講評

全国統一高校生テスト数学 I・A の出来はどうだっただろうか。全国統一高校生テストは 2017 年度センター試験の問題レベルに合わせて出題されている。受験本番のレベルの問題は、现阶段では難しいと感じた人も多だろうが、今後の自分の努力がそのまま次のセンター試験本番レベル模試での得点の伸びになって表れるようになっている。最終 12 月センター試験本番レベル模試 (12 月 17 日 (日) 実施) も必ず受験して次回の目標得点を達成してほしい。

今回の結果を受け、次のセンター試験本番レベル模試に向けてやるべきことは、当然皆さん一人ひとり違うはずである。得点が 40 点の人と 70 点の人ではやるべきことが異なってくるし、たとえ得点があっても、どのような問題を間違えたかによって、勉強の仕方は違ってくる。この講評では今回の結果の分析データをもとにして、ポイントとなる設問ごとに、学習アドバイスを掲載した。

まずは、今回の全国統一高校生テストの問題と解答解説冊子を手にも、自分がどの設問まで到達したのかを把握しながらこの講評を読み進めていこう。



II. 大問別分析

■各学年の平均点、大問ごとの得点率

学年	平均点	第1問[1]	第1問[2]	第1問[3]	第2問[1]	第2問[2]	第3問	第4問	第5問
高1	33.6点	54.1%	37.0%	25.1%	37.8%	13.7%	51.2%	32.4%	15.3%
高2	41.3点	55.9%	43.7%	39.0%	54.2%	18.4%	58.2%	38.4%	18.4%
受験学年	53.2点	59.2%	57.5%	59.4%	65.7%	30.8%	67.9%	48.3%	28.1%
全員	45.7点	57.2%	49.3%	46.4%	56.5%	23.7%	61.9%	42.4%	22.5%

第1問 [1] 数と式 (10点)

※正答率・平均点・得点率は受験学年のものとする。以下同様。

場合分けの条件を満たしているかの吟味を行うことを基本動作として身に付けよう。

2次方程式、2次不等式の解、および絶対値付き2次方程式の解の個数について考える問題である。平均点は 5.9 点 (得点率 59.2%) であった。

(1)設問は、無理数の整数部分を求める問題。解答解説のように、根号を含む無理数の整数部分から、1つ1つ丁寧に式変形を行って求めること。

(3)は、絶対値を含む2次方程式の解の個数について考える問題。方程式(*)において、左辺の絶対値をはずし、それぞれの範囲での2次方程式の解の個数を数え上げていけばよい。なお、方程式を解いて

解を求めた際は、それぞれの解が絶対値をはずしたときの不等式を満たしているか必ず確認を行うこと。方程式に限らず、場合分けを行う場合は、場合分けの条件を満たしているかの吟味を行うことを基本動作として身に付けよう。

第1問 [2] 集合と命題 (10点)

命題の対偶からその真偽を考えられるようになるう。

無理数の相等、整式の因数分解、および必要条件・十分条件の判定に関する問題である。平均点は5.7点(得点率57.5%)であった。

(1)は、無理数の相等を利用して、数の決定を行う問題。整式 P の値が有理数となる条件を考えるので、 $\sqrt{3}$ を含む部分(無理数になる可能性のある部分)と含まない部分に分けて考えられたかがポイントである。

(2)は、整式の因数分解を行う問題。まずは、次数に着目すると、 x, y いずれについても2次であるから、 x^2 の係数が1の x について整理して因数分解を行う。こういった判断が迷うことなくできるように、計算練習をしっかりと行うこと。

(3)は、必要条件・十分条件の判定を行う問題で、(1)の例、(2)の因数分解の形を利用して考えることができたかがポイント。設問テは、対偶を利用すると考えやすいが、直接証明することが難しい場合には、対偶をとることで見通しがよくなることも多い。1つの視点として是非身に付けて欲しい。

第1問 [3] 2次関数 (10点)

日ごろの学習でグラフを描いて考えることを心がけよう。

2次関数の最大・最小に関する問題である。平均点は5.9点(得点率59.4%)であった。

(1)設問ト、ナは、2次関数のグラフの頂点の座標を求める問題。平方完成の計算に時間がかかってしまう人は、目標時間を設定し、それが達成できるまで計算練習をしっかりと行うこと。

(2)設問ヌ〜フは、2次関数の最小値を求める問題である。グラフが上に凸であることから、区間の右端か左端で最小値をとるが、どちらになるかは区間の中央と軸の位置関係による。軸を左から動かしていつでどこで最小値をとる場所が変わるかその移り変わりを読み取れるように、日ごろの学習でグラフ

を描いて考えることを心がけよう。

第2問 [1] 図形と計量 (15点)

補角や余角の三角比をいつでも適用できるようにしておこう。

前半は三角形の面積や余弦定理を、後半は円に内接する四角形の性質を利用する図形と計量の問題である。平均点は9.9点(得点率65.7%)であった。

(1)は、三角形の面積や三角比の相互関係、余弦定理などの基本定理が適用できるかを見る問題。解けなかった人、あるいは解けても時間を要した人は、与えられた条件からどのように適用する定理を判断するかについて、しっかりと復習を行うこと。

(2)は、円に内接する四角形の対角の和が 180° となることを利用して、辺の長さや三角形の面積比を求める問題。設問サや設問シ、スでは、補角の三角比 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$ を用いて辺の長さを求めるが、円に内接する四角形においては、この性質を利用することを念頭に置いて考えるとよい。補角や余角($90^\circ - \theta$)の三角比については、いつでも適用できるようにしておこう。

第2問 [2] データの分析 (15点)

用語の定義を確実に理解しておこう。

標準偏差、共分散、相関係数等の計算、および散布図の読み取りに関する問題である。平均点は4.6点(得点率30.8%)であった。

(1)、(2)は、表を読み取り、標準偏差、共分散、相関係数等の計算を行う問題で、それぞれの用語の定義を理解していれば容易であろう。間違えたり、定義がまだ曖昧な人は、至急これらの定義と計算方法について理解を深めておこう。

(3)は、適切な散布図の選択を行う問題。明らかに誤っているものから消去して候補を絞り、候補の中で異なる点は何であるかから判断を行うとよい。

(4)(i)は、散布図から読み取れることを選択する問題で、1つ1つ正誤を確認していけばよい。(ii)は、分散、共分散、相関係数の比を考える問題で、(1)、(2)と同様に、それぞれの定義に立ち返って考えることができたかがポイント。定義が問題を解き進めていくときの拠り所となることも多いので、確実に理解しておこう。

第3問 場合の数と確率 (20点)

どのような状況があるかの場合分けを自力で考えられるようになる。

袋に入っている玉の色と数字によって座標平面上の点の移動を考える場合の数と確率の問題である。平均点は13.6点(得点率67.9%)であった。

(1)設問ア〜ウは、袋から玉を4回取り出した後、点Pが点A(3,3)に移動するような玉の取り出し方を考える問題。玉の色と数字でどのような移動がなされるかが分かれば容易であろう。これらは次の設問エ〜キのヒントであるが、復習する際には、設問ア〜ウの状況が自力で読み取れるかまで含めて確認しておこう。

(2)は、袋から玉を5回取り出した後、点Pが点A(3,3)に移動するような玉の取り出し方と条件付き確率を求める問題である。(1)と同様に、どの回で黒玉が出るかが場合分けを行う視点についても自力で考えられるように理解を深めておこう。設問ス〜タは、条件付き確率を求める問題。袋から玉を5回取り出した後、点Pが点Aにある中で、1回目のみ、2回目のみに黒玉が取り出される場合がそれぞれ何通りあるかを求めればよい。条件付き確率の定義については、正確に理解しておこう。

第4問 整数の性質 (20点)

ユークリッドの互除法の原理と適用の仕方の理解を深めよう。

1次不定方程式の整数解に関する問題である。平均点は9.7点(得点率48.3%)であった。

(1)は、ユークリッドの互除法を逆にたどることで、1次不定方程式の1組の整数解を求める問題。ユークリッドの互除法は、2数の最大公約数を求める強力な武器であるが、その考え方を利用することで、1次不定方程式の1組の整数解を機械的に求めることができる。ユークリッドの互除法の原理と適用の仕方については、しっかりと復習を行って理解を深めておこう。

(2)設問サ〜セは、1次不定方程式のすべての整数解を求める問題。1次不定方程式の解は、1組の整数解が見つければ、すべての解を文字を用いて表すことができる。この原理についても具体例を通して理解しておこう。設問ハは、1次不定方程式の整数解の積である数の倍数になっているものの組の個数を求める問題で、 k の条件に言い換えて考えること

ができたかがポイント。問題文の条件をどのように言い換えているかに注目して、復習を行おう。

第5問 図形の性質 (20点)

図を描いて解き進めて行く中で、何を用いるかの判断を行う練習を行おう。

三平方の定理やメネラウスの定理、また方べきの定理などが図形の中で適用できるかを見る問題である。平均点は5.6点(得点率28.1%)であった。

(1)設問イは、三角形の形状を求める問題。前設問アで $\triangle ABD$ の3辺の長さが分かるので、三角形の形状は容易に把握できるであろう。

(2)設問エ、オは、方べきの定理を用いて線分の長さを求める問題で、正しく図が描けていれば方針は立てやすいと思われる。設問カ〜コでは、三角比の定義、正弦定理など、数学Ⅰ「図形と計量」で学ぶ定理や性質を利用する。辺の長さや角の大きさを求めるのに「図形と計量」分野の考え方が適用できることも多いので、図形を見る視野をより広く持つて対応できるようになろう。設問サ、シは、メネラウスの定理を適用して辺の長さの比を求める問題。図が正しく描けていれば、何を用いるかの判断自体は難しくない。本問に手がつかなかった人は、図を描いて解き進めていく中で、どの定理や性質を用いるかの判断を行う練習をしっかりと行っていこう。

Ⅲ. 学習アドバイス

◆受験生及び既に受験勉強に励んでいる人へ

センター試験数学Ⅰ・Aでは、出題の難易度に関わらず、高得点の争いになると考えて準備しておく必要がある。数学Ⅰ・Aは、高校数学の土台ともいべき分野であるから、センター試験においても基本を問う出題が多い。各分野を学習していくにあたり、以下の点に留意して演習に励んでほしい。

〈数と式〉

出題が予想されるテーマとしては、「(平方根を含む)式の計算」、「因数分解」、「絶対値」、「不等式」、「命題の真偽、および必要条件・十分条件の判定」などがある。式の計算においては、分母の有理化を正確に素早くできるようにすること、やみくもに代入するのではなく適切な式変形を行って代入することなどを心がけてほしい。因数分解においては、次数の低い文字について整理して共通因数を探すこと

を基本動作としよう。絶対値は、絶対値の中の符号を考慮して適切に外せるようになること。不等式の解を機械的に求めるだけではない。数直線を用いて視覚的にとらえられるようにすることが、複数の不等式を共通に満たす範囲を考える際に特に有効である。さらに、命題の真偽、および必要条件・十分条件の判定においては、用語の定義をしっかりと覚えておく。勘に頼ることなく判定できるようにならないといけない。命題の真偽を調べるのに、数直線や集合の包含関係が有効な場合も多いから、併せて理解しておこう。

＜2次関数＞

頻出のテーマとしては、「平行移動・対称移動」、「最大・最小」、「2次関数のグラフが特定の範囲で交わる条件（あるいは2次方程式の解の配置）」などがある。いずれもグラフを描いて（あるいはイメージして）考えることができるかがポイントである。2次関数のグラフは軸を中心として線対称になっている。頂点の位置で増減が逆になるという大きな特徴があるため、軸や頂点の位置に着目することが多い。漠然と問題を解くのではなく、何に着目した場合分けであるかなどを理解しながら学習を進めよう。

＜図形と計量＞

この分野では、「正弦定理、余弦定理」を軸に、「三角形の面積」、「三角比の相互関係」などと合わせ図形の計量を行う出題がなされる。問題文に沿って図を描いて、使える定理や性質を見抜く力が求められるので、まずは図を描くということを習慣化すること。なるべく大きな図を描いて、解き進めていく中でわかった長さや角の大きさなどを書き込む中で、次に何をを使うかを考える習慣をセンター試験当日まで続けよう。

＜データの分析＞

この分野では、多くの用語を扱うので、まずは用語の定義を正確に覚えること。平均値、分散、相関係数などの計算が確実にできるようにしていこう。また、箱ひげ図や散布図からデータの特徴を読み取れることも重要である。データの見方は、教科書などを通してしっかりと理解しておこう。

＜場合の数と確率＞

この分野では、問題で与えられた設定やルールの下で場合の数や確率を求める問題がよく出題される。設定を正しく把握して、場合の数や確率を求め

るための言い換えが適切に出来る力が要求される。また、樹形図などを描いて数え上げようとする姿勢も重要である。他の分野と比べると、一気に成績が伸びることが少なく、伸びが緩慢であるため、公式の運用に躍起になりがちであるが、その公式がどういう原理に基づいて導かれているか理解しない限り、高得点は望めない。しっかりと腰を据えて、考え方を理解するような学習を心がけよう。

＜整数の性質＞

この分野の約数と倍数の考え方、整数の割り算の表現は、整数を扱ううえで基本的な数や式の見方となる。ここから、余りによる整数の分類、ユークリッドの互除法、方程式の整数解へと発展していく。整数問題は、形式的な解法の暗記では対応しきれない問題も多い。整数特有の性質を根本から理解することを目指して演習を積んでいこう。また、記数法についても普段我々が扱う10進法と比較することで考え方を理解しておこう。

＜図形の性質＞

この分野では、「三角形の性質（辺と角の大小関係、角の二等分線の性質、重心、外心、内心など）、チェバ・メネラウスの定理」と「円の性質（四角形が円の内接する条件、方べきの定理など）」を図と合わせて正しく理解していることが重要である。図形を様々な角度から考察する力が求められるので、図形と計量と同様、使うべき定理や性質を見抜くために、まずは図を描くことを習慣化すること。また、直線と平面の位置関係や多面体などの空間図形についても整理して理解しておこう。

◆これから本格的な受験勉強に取り組む人へ ＜数と式＞

数と式は、高校数学の計算における土台をなす分野であるから、平方根を含んだ式の計算、因数分解などの基本的な計算については、確実に出来るようにしたい。これらの計算を正確に素早くできることが他の分野の理解にもつながるので、早期完成を目指そう。また、集合と命題における必要条件・十分条件などの用語は、理解が後回しになっている生徒が多い。用語を理解し、命題の真偽の確認ができれば、確実に得点できるので、数直線や集合の包含関係を利用して命題の真偽を確認する方法についても身に付けていこう。

＜2次関数＞

まずはグラフを描いて考えることを習慣化すること。軸を中心として線対称になっているグラフがきちんと描けるようになれば、最大・最小やグラフの位置など、この分野の根幹の部分についても理解が進むはずである。最初は係数に文字が含まれない固定したグラフを描き、慣れてきたら係数に文字を含んだ2次関数のグラフについても考えるとよい。係数に文字を含んだ2次関数の問題を解く際には、漠然と問題を解くのではなく、何に着目した場合分けであるかなど理解しながら、学習を進めていこう。

＜図形と計量＞

2次関数ではグラフを描くことを習慣化することを述べたが、この分野は図を描いて考えることを習慣化しよう。その際には解き進めていく中でわかった長さや角の大きさを書き込むために図を大きく描くようにしたい。正弦定理や余弦定理を与えられた条件から使い分けていく力が求められるが、公式や定理を覚えただけではこれらの力は付かない。与えられた条件から、何が使えて何が使えないか取捨選択することを意識して日々の演習に取り組もう。

＜データの分析＞

この分野では、多くの用語を扱うので、まずは用語の定義を正確に覚えることから始めよう。そのうえで、平均値、分散、相関係数などの値を問題演習を通じて計算できるようにしたい。また、箱ひげ図や散布図からデータの特徴を読み取れることも重要である。

データの見方は、教科書などを通してしっかりと理解しておこう。

＜場合の数と確率＞

場合の数や確率の分野では、数え上げるために行う工夫の考え方から学習していくが、順列や組合せの記号が出てくると急に公式に頼って場合の数を求めようとする傾向が強く見られる。公式を覚えることは悪いことではないが、未消化のまま使うのは非常に危険である。漏れなく、重複することなく数え上げる考え方について、樹形図と合わせて説明できるくらいまで理解を深めよう。

＜整数の性質＞

約数と倍数の考え方、整数の割り算の表現は、整数を扱ううえで基本的な数や式の見方となる。ここから、余りによる整数の分類、ユークリッドの互除法、方程式の整数解へと発展していく。整数問題

は、形式的な解法の暗記では対応しきれない問題も多い。整数特有の性質を根本から理解することを目指して演習を積んでいこう。また、記数法についても普段我々が扱う10進法と比較することで考え方を理解しておこう。

＜図形の性質＞

「三角形の性質（辺と角の大小関係、角の二等分線の性質、重心、外心、内心など）、チェバ・メネラウスの定理」と「円の性質（四角形が円の内接する条件、方べきの定理など）」を図と合わせて正しく理解することが重要である。図形と計量と同様、まずは図を大きく描くことから心がけていこう。