第 2 回 10 月名大本番レベル模試　（2019 年 10 月 14 日実施）

採点基準　数学（文科系・理科系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】(200 点満点)

第 1 問（70 点満点）

(1)（配点 20 点）

- $f'(x)=3\{x-(1-s)\}\{x-(1+s)\}$ を導いて 7 点
- $f(x)$ の増減を示して 6 点
- 答えに 7 点

(2)（配点 26 点）

- $0 \leqq s \leqq 1$ のとき，$0 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の増減を示して 8 点
- $f(x)$ の最大値は $f(1-s)$ と $f(2)$ のうち大きい方であることを述べ，$f(1-s)-f(2)=(2s-1)(s+1)^2$ まで示して 10 点
- $0 \leqq s \leqq \dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{2} \leqq s \leqq 1$ のときのそれぞれで $g(s)$ を求めて 8 点

(3)（配点 24 点）

- 2 曲線 $t=-6s^2+2$ と $t=2s^3-3s^2+1$ の交点を示し，後者に対して $\dfrac{dt}{ds}$ を求めて 6 点
- $t=g(s)$ （$0 \leqq s \leqq 1$）を図示できて 6 点
- 面積を求める定積分の式を立てられて 5 点
- 答えに 7 点

第 2 問（60 点満点）

(1)（配点 28 点）

- 考え方と答え（a を 3 で割った余り）に 12 点
- $N=3^p$　かつ　$a \geqq 3$ を満たす a, p の組が存在しないことの証明に 16 点

(2)（配点 32 点）

- 考え方と答え（a を 7 で割った余り）に 14 点
- 条件を満たす a を求める方針と途中の計算に 12 点
- 答え（a が最小である組）に 6 点

第 3 問（70 点満点）

(1)（配点 20 点）

- $S=6$ となる条件と p_6 に 10 点
- $S=5$ となる条件と p_5 に 10 点

(2)（配点 28 点）

- $S=0$ となる条件と説明，p_0 を求めて 12 点
- $S=1$ となる条件と説明，p_1 を求めて 16 点

(3)（配点 22 点）

- $S=3$ となる 2 つの条件を示して 4 点
- 正三角形ができるときの場合の数を求めて 4 点
- 台形ができるときの場合の数を求めて 6 点
- p_3 を求めて 8 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（50 点満点）

⑴（配点 12 点）

- △ABC の面積が最小となる条件を示して 4 点
- 図示または言葉で上記の条件の説明をして 4 点
- 答えに 4 点

⑵（配点 16 点）

- 四角形 ABCD の面積が 2 つの三角形の面積の和であることを述べ，さらに△ADC の面積が最小となるのは，点 D における接線が AC と平行なときであることを述べて 4 点
- 点 D の座標を求めて 4 点
- 点 B と点 D から直線 AC までの距離をそれぞれ求めて 4 点（各 2 点）
- 答えに 4 点

⑶（配点 22 点）

- 点 A, C を固定し，点 B, D だけを動かす方針を立て，それぞれを s, t などの文字で置いて 4 点
- 直線 AC の傾き，点 B と点 D の座標を，上記の s, t でそれぞれ表して 4 点
- 点 B と点 D から直線 AC までの距離を，上記の s, t でそれぞれ表して 4 点（各 2 点）
- 線分 AC の長さ，四角形 ABCD の面積を，上記の s, t でそれぞれ表して 4 点（各 2 点）
- 相加平均・相乗平均の不等式における等号成立条件と合わせた答えに 6 点

第 2 問（50 点満点）

⑴（配点 10 点）

- $(2+\sqrt{3})^{n+1}=2a_n+3b_n+(a_n+2b_n)\sqrt{3}$ であることを示して 6 点
- 答えに 4 点（各 2 点）

⑵（配点 10 点）

- $n=1$ のとき等式が成り立つことを示して 4 点
- $\{a_n{}^2-3b_n{}^2\}$ が定数数列であることを示し，$n=1$ のときと合わせ証明できて 6 点

⑶（配点 30 点）

- 条件を満たすものが $c-d=1$ かつ $c^2+cd+d^2=p^2$ を満たすものに限ることを示して 8 点
- $c-d=1$ と $c^2+cd+d^2=p^2$ から $(2p)^2-3(2d+1)^2=1$ まで導いて 8 点
- $(2p)^2-3(2d+1)^2=1$ と⑵で示した $a_n{}^2-3b_n{}^2=1$ の解との関連を述べて 4 点
- 考え方と答えに 10 点

第 3 問（50 点満点）

⑴（配点 10 点）

- $p_{n+1}=\dfrac{1}{2}(p_n+r_n)$ または $p_{n+1}=\dfrac{1}{2}(1-q_n)$ のどちらかを説明と合わせて導いて 6 点
- q_{n+1}, r_{n+1} の答えに 4 点（各 2 点）

(2)（配点 8 点）

- p_{n+3} を p_n の式で表して 6 点
- q_{n+3} を q_n の式で，r_{n+3} を r_n の式でそれぞれ表して 2 点

(3)（配点 10 点）

- $p_{3k}=a_k$（$k=1, 2, $）などとおき，$\{a_k\}$ の一般項を求めて 4 点
- p_n を求めて 6 点

(4)（配点 22 点）

- $\sum_{j=0}^{m} {}_n\mathrm{C}_{3j}$ と p_n との関係を立式できて 6 点
- n が 3 の倍数のとき，$\sum_{j=0}^{m} {}_n\mathrm{C}_{3j}$ を n の式で表して 2 点
- n が 3 の倍数でないとき，$q_n=r_n=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ を導いて 4 点
- n が 3 の倍数でないとき，p_{3m+1}，p_{3m+2} の式を導いて 6 点
- n が 3 の倍数でないとき，p_n の式を導いて 2 点
- n が 3 の倍数でないとき，$\sum_{j=0}^{m} {}_n\mathrm{C}_{3j}$ を n の式で表して 2 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 15 点）

- $\mathrm{EA}=\mathrm{EB}$ から $(\alpha-1)(\overline{\alpha}-1)=(\beta-1)(\overline{\beta}-1)$ であることを示して 3 点
- $\overline{\alpha}=\frac{1}{\alpha}$ と $\overline{\beta}=\frac{1}{\beta}$ を述べ，$\alpha\beta=1$ を導いて 10 点
- 十分性への言及に 2 点

(2)（配点 15 点）

- $\mathrm{AB}=\mathrm{AE}$ から $(\beta-\alpha)(\overline{\beta}-\overline{\alpha})=(1-\alpha)(1-\overline{\alpha})$ であることを示して 3 点
- 十分性に言及して 2 点
- 答えに 10 点

(3)（配点 20 点）

- $\mathrm{BA}=\mathrm{BE}$ であるための必要十分条件を示して 2 点
- 三角形 EAB が二等辺三角形であるとき，$(\alpha\beta-1)(\alpha^2-\beta)(\beta^2-\alpha)=0$ が成り立つことを示して 6 点
- 求める必要十分条件を，(1)と(2)で示した $\alpha\beta=1$ と $\alpha^2-\beta=0$ において，α と β をそれぞれ α^2 と β^2 で置き換えて考察して 6 点
- 残りの証明に 6 点