第１回 ７月阪大本番レベル模試　（2019 年 7 月 7 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第１問（35 点満点）

(1)（配点 18 点）

- n を $n=1000a+100a+10b+b$ $(1\leqq a\leqq 9,\ 0\leqq b\leqq 9,\ a, b$ は整数$)$ のように設定して 6 点
- $n=N^2$ $(N:$ 自然数$)$ のようにおき，さらに N が 11 の倍数となることを示して 9 点
- 証明できて 3 点

(2)（配点 17 点）

- $a+b=11$ であることを述べて 6 点
- 条件を満たす a, b の組が $(a, b)=(7, 4)$ であることを導いて 9 点
- 逆を述べ，結論を述べて 2 点

第２問（30 点満点）

(1)（配点 12 点）

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|$ の始点を O に変更し，両辺を 2 乗し展開して 9 点
- 証明できて 3 点

(2)（配点 18 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OD}}, \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}, \overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{3}$ と表して 6 点(各 3 点)
- $\overrightarrow{\mathrm{CD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}, \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ のみで表し，展開して 9 点
- 証明できて 3 点

第 3 問（35 点満点）

(1)（配点 6 点）

- 指数法則から $4^x = (2^x)^2$, $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$ と変形できて 4 点(各 2 点)
- 答えに 2 点

(2)（配点 14 点）

- t の 2 次方程式 $t^2 - 2at - a^2 + 8a = 0$ が異なる 2 つの正の実数解をもつ条件を考えるという方針が立てられて 4 点
- 2 つの正の実数解をもつための条件式を立てて 8 点
- 答えに 2 点

(3)（配点 15 点）

- $\alpha + \beta$ を a で表して 9 点
- $-a^2 + 8a$ の変域を示して 3 点
- 答えに 3 点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1)（配点 25 点）

- $f(x)=\log(1+x)-(x-x^2)$（$x \geqq 0$）のようにおき，$f'(x)$ を求めて 7 点
- 上記の $f(x)$ の増減を述べて 4 点
- $g(x)=x-\log(1+x)$（$x \geqq 0$）のようにおき，$g'(x)$ を求めて 7 点
- 上記の $g(x)$ の増減を述べて 4 点
- 証明のまとめの記述に 3 点

(2)（配点 25 点）

- x_n を(1)で示した不等式に代入し，さらに辺々 n 倍して $nx-n(x_n)^2 \leqq \log(1+x_n)^n \leqq nx_n$ を導いて 12 点
- $\lim_{n\to\infty} n(x_n)^2=0$ を導いて 6 点
- 証明できて 7 点

第 2 問（50 点満点）

(1)（配点 15 点）

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|$ の始点を O に変更し，両辺を 2 乗し展開して 9 点
- 証明できて 3 点

(2)（配点 35 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$（$0<t<1$）のように表したときに，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $t, \overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で表して 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $t, \overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}, \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ を計算する方針を立てて 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\dfrac{1}{3}(2t^2-3t+1)\left(a^2-\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$ と導いて 9 点
- 証明できて 8 点

第 3 問（50 点満点）

(1)（配点 28 点）

- $(*)$ の左辺を $2n(n+1)$ と変形して 3 点
- $k=1, 2$ のとき，それぞれに対して n の値を検討して 9 点
- $k=3$ のとき，n の範囲を絞り込み，解がないことを示して 12 点
- 答えに 4 点

(2)（配点 22 点）

- 解がないことを示すために背理法を利用する方針をたてて 3 点
- 等式を満たすための n の値を限定して 13 点
- 答えに 6 点

第4問（50点満点）

(1)（配点16点）

- すべての札を区別し，取り出す組合せの総数を求めて7点
- $X=4$ となる札の取り出し方が何通りかを求めて6点
- 答えに3点

(2)（配点17点）

- 場合分けを正しく行って4点
- それぞれの場合で，札の取り出し方の数を求めて10点(各5点)
- 答えに3点

(3)（配点17点）

- 余事象で考える方針を立てて4点
- $P(X=1)$ を正しく求めて3点
- $P(X=1)+2P(X=3)+P(X=4)-1$ を n で表し，分母・分子とも因数分解して8点
- 証明できて2点

第5問（50点満点）

(1)（配点15点）

- AC^2 を x で表して5点
- 途中の計算と答えに10点

(2)（配点35点）

- $\mathrm{DC}=\mathrm{DE}$ を述べて4点
- V を x で表して8点
- $V=\dfrac{\pi}{3}f(x)$ としたとき $f'(x)$ を求め，$f'(x)=0$ となる x の値を求めて8点
- $f(x)$ の増減を正しく述べて8点
- 答えに7点