第１回 ６月九大本番レベル模試　（2019 年６月 23 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（200 点満点）

第１問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- 線分 AC の中点の座標を求めて５点
- 途中の計算と答えに 10 点(式，座標に各５点)

（2）（配点 12 点）

- $\tan\dfrac{\pi}{8}$ を a の式で表して３点
- tan の２倍角の公式を利用して $\tan\dfrac{\pi}{8}$ の値を求めて６点
- 答えに３点

（3）（配点 23 点）

- D と x 軸で囲まれた図形の面積を S_1 としたとき，S_1 を求める積分式が立式できて３点
- S_1 を求めて４点
- 点 C を含まない円弧 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ と線分 AB で囲まれた図形の面積を S_2 としたとき S_2 を求める式が立式できて３点
- S_2 を求めて６点
- 途中の計算と答えに７点

第２問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- ３回で勝者になる確率を求めて５点
- ４回で勝者になる場合分けができて３点
- ４回で勝者になる確率を求めて８点
- 答えに４点

（2）（配点 30 点）

- 5 回で勝者になる確率を求めて 8 点
- 6 回で勝者になる確率を求めて 4 点
- 勝者になる確率を求めて 5 点
- ステージ A と B で失敗して勝者になる確率を求めて 5 点
- 条件付き確率を求める式が立式で来て 6 点
- 答えに 2 点

第 3 問（50 点満点）

- 座標平面上の領域と直線の共有点の問題ととらえ，$x+y=k$ とおき，領域と共有点をもつときの k の最大値を求めるという方針を立てて 5 点
- 絶対値を外して，y の範囲をそれぞれ示して 8 点(各 4 点)
- 領域を正しくて図示して 12 点
- 直線の傾きを考慮して，最大値をとるときの $x+y=k$ が通る座標を求めて 17 点
- 途中の計算と答えに 8 点

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- 与式を m を含んだ式で表して 4 点
- 背理法で示す方針を立てて 3 点
- 正しく証明できて 8 点

（2）（配点 35 点）

- $m=2n$ とおき，与式を n を含んだ式で表して 5 点
- $n>n-a>n-b>n-c$ を確認して，n, a, b, c と p, q の関係を導いて 15 点
- n を消去した a, b, c, p, q の関係式を導いて 3 点
- 答えを求める途中の計算と考え方に 7 点
- 答えに 5 点(各 1 点)

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

- n を与える C_1 上の点を $\mathrm{P}(p,\, e^{-ap})$ $(p>0)$ とおいたときの n の傾きを求めて 6 点
- (ア)の条件より，$n : y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+e^{-ap}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}p$ を導いて 7 点
- n の C_2 の接点を $\mathrm{Q}(q,\, e^{aq})$ $(q<0)$ とおき，$n : y=ae^{aq}x+(1-aq)e^{aq}$ を導いて 8 点
- $a,\, p,\, q$ の 3 元連立方程式を立てて 4 点
- e^{-ap}, e^{aq} をそれぞれ a の式で表して 2 点(各 1 点)
- $p,\, aq$ をそれぞれ a の式で表して 8 点(各 4 点)
- $p,\, q$ を求めて 4 点(各 2 点)
- 途中の計算と答えに 11 点

第 2 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- 3 回で勝者になる確率を求めて 5 点
- 4 回で勝者になる場合分けができて 3 点
- 4 回で勝者になる確率を求めて 8 点
- 答えに 4 点

（2）（配点 30 点）

- 5 回で勝者になる確率を求めて 8 点
- 6 回で勝者になる確率を求めて 4 点
- 勝者になる確率を求めて 5 点
- ステージ A と B で失敗して勝者になる確率を求めて 5 点
- 条件付き確率を求める式が立式で来て 6 点
- 答えに 2 点

第 3 問（50 点満点）

- 座標平面上の領域と直線の共有点の問題ととらえ，$x+y=k$ とおき，領域と共有点をもつときの k の最大値を求めるという方針を立てて 5 点
- 絶対値を外して，y の範囲をそれぞれ示して 8 点(各 4 点)
- 領域を正しくて図示して 12 点
- 直線の傾きを考慮して，最大値をとるときの $x+y=k$ が通る座標を求めて 12 点
- $x+y$ の最大値から $a,\, b$ の関係式を導いて 4 点
- 答えに 9 点

第4問（50点満点）

（1）（配点15点）

- $m=0$のときの余りを確認して2点
- $5^m=(4+1)^m$とし、二項定理を利用して展開し，$5^m=\sum_{k=1}^{m} {}_mC_k 4^k+1$を導いて7点(各2点)
- 正しく証明して6点

（2）(i)（配点15点）

- (*)の式を整理して$(2x-5)(2y-5)=5^2\ (>0)$を導いて6点
- $2x-5, 2y-5$の組み合わせを求めて5点
- 途中の計算と答えに4点

(ii)（配点20点）

- 背理法で示す方針をたてて2点
- (*)の式を整理して$(2^n x-5^n)(2^n y-5^n)=5^{2n}\ (>0)$を導いて3点
- $2^n x-5^n \geqq 2^n y-5^n>0$と$0>2^n x-5^n \geqq 2^n y-5^n$で場合分けして2点
- $2^n x-5^n \geqq 2^n y-5^n>0$のとき，$5^{n-k}+1$は4で割り切れるという結論を導いて4点
- $2^n x-5^n \geqq 2^n y-5^n>0$のとき，$5^{n-k}+1$は4で割った余りには2であるという結論を導いて3点
- 2つの結論が矛盾することを述べ，証明できて1点
- $0>2^n x-5^n \geqq 2^n y-5^n$という仮定はあり得ないことを述べて5点

第5問（50点満点）

（1）（配点30点）

- $\alpha^7=1$を求めて(答えに)6点
- $\alpha^6+\alpha^5+\alpha^4+\alpha^3+\alpha^2+\alpha+1=0$を述べて4点
- $\alpha\overline{\alpha}=1$を導いて4点
- $\overline{z}=\alpha^6+\alpha^5+\alpha^3$を導いて7点
- $z+\overline{z}=-1$を求めて(答えに)3点
- $z\overline{z}=2$を求めて(答えに)6点

（2）（配点20点）

- zを$z=\left(\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{8\pi}{7}\right)+i\left(\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{4\pi}{7}+\sin\frac{8\pi}{7}\right)$と導いて6点
- zと$\overline{z}$を解とみなし，2次方程式をたてて4点
- zの値を求めて6点
- 答えに4点(各2点)